

## PRÁCTICA 5: SERIES TEMPORALES DIPLOMADO EN ESTADÍSTICA

**Problema 1** Demostrar que los procesos  $(Y_t)$  y  $(Z_t)$  definidos por  $Y_t = a_t - 0.5a_{t-1}$  y  $Z_t = a_t - 2a_{t-1}$ , donde  $(a_t)$  es un ruido blanco, tienen la misma estructura de autocorrelaciones, pero uno es invertible y el otro no.

**Problema 2** Considérese el proceso dado por  $Y_t = a_t - 1.2a_{t-1} + 0.35a_{t-2}$ , donde  $(a_t)$  es un ruido blanco con varianza  $\sigma^2 = 1$ .

- a) ¿Es este proceso estacionario? ¿Es invertible?
- b) Calcular la media y la varianza del proceso.
- c) Obtener la función de autocorrelación simple del proceso.
- d) Obtener los coeficientes  $\pi_j$  de la representación  $AR(\infty)$  del proceso hasta el  $j$  para el cual  $|\pi_j| < 0.2$ .

**Problema 3** Considérese el proceso dado por  $(1 - 0.8B)Y_t = 4 + (1 - 0.3B)a_t$ , donde  $(a_t)$  es un ruido blanco con varianza  $\sigma^2 = 1$ .

- a) ¿Es este proceso estacionario? ¿Es invertible?
- b) Calcular la media y la varianza del proceso.
- c) Obtener la función de autocorrelación simple del proceso.
- d) Obtener los primeros 5 coeficientes  $\psi_1, \dots, \psi_5$  de la representación  $MA(\infty)$  del proceso.
- e) Obtener la representación  $AR(\infty)$  del proceso.

**Problema 4** Considérese el proceso  $Y_t = 5 + Y_{t-1} - 0.21Y_{t-2} + a_t - 0.3a_{t-1}$ , donde  $(a_t)$  es ruido blanco con varianza  $\sigma^2 = 2$ .

- a) ¿Es este proceso estacionario? ¿Es invertible?
- b) Calcular la media y la varianza del proceso.
- c) Obtener la función de autocorrelación simple del proceso.
- d) Obtener los primeros 5 coeficientes  $\psi_1, \dots, \psi_5$  de la representación  $MA(\infty)$  del proceso.
- e) Escribir el proceso en la forma  $AR(\infty)$ .

**Problema 5** Construir un proceso  $AR(2)$  y un  $ARMA(1,1)$  que tengan ambos las dos primeras autocorrelaciones iguales a  $\rho_1 = 0.5$  y  $\rho_2 = 0.4$ , media 10 y varianza 5. Obtener las autocorrelaciones  $\rho_3$  y  $\rho_4$  para los dos procesos.