PRÁCTICA 4: SERIES TEMPORALES
DIPLOMADO EN ESTADÍSTICA

Problema 1 Considérese el proceso

$$Y_t = 0.28 + 0.9Y_{t-1} - 0.18Y_{t-2} + a_t,$$

donde (a_t) es un ruido blanco con varianza $\sigma^2 = 1$.

a) ¿Es este proceso estacionario?

b) Calcular la media y la varianza del proceso.

c) Obtener la función de autocorrelación simple teórica del proceso. Calcular las primeras 5 autocorrelaciones teóricas.

d) Obtener la constante d y los primeros 6 coeficientes $\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_5$ de la representación MA(∞) del proceso, dada por

$$Y_t = d + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j}.$$

Problema 2 Generar muestras del proceso AR(2) definido por

$$Y_t = 0.9Y_{t-1} - 0.18Y_{t-2} + a_t,$$

donde (a_t) es un ruido blanco normal con varianza $\sigma^2 = 1$, y analizarlas siguiendo los siguientes pasos:

(1) Generar un vector $(a_t)_{t=1,\dots,200}$ de variables aleatorias $N(0,1)$;

(2) Tomar $y_1 = a_1$, $y_2 = a_2$;

(3) Para $t = 3, \dots, 200$, calcular

$$y_t = 0.9y_{t-1} - 0.18y_{t-2} + a_t;$$

(4) Para evitar el efecto de las condiciones iniciales, eliminar los 100 primeros datos $y_1, \dots, y_{100}$ y tomar como muestra del proceso AR(2) los últimos 100 valores $y_{101}, \dots, y_{200}$.

(5) Hacer dos gráficos, uno de los datos $y_{101}, \dots, y_{200}$ frente al tiempo, y otro de las innovaciones $a_{101}, \dots, a_{200}$ frente al tiempo y compararlas.

(6) Calcular la *fas* y la *fap* empírica de la muestra $y_{101}, \dots, y_{200}$ y compararlas con los resultados teóricos del Problema 1.

(7) Utilizar la función arima.sim para generar otra serie del mismo proceso AR(2).

Problema 3 Considérese el proceso AR(3) dado por

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_3 Y_{t-3} + a_t,$$

donde (a_t) es un ruido blanco, la media de (Y_t) es 10, la varianza $\gamma_0 = 5$ y las tres primeras autocorrelaciones son $\rho_1 = 0.8$, $\rho_2 = 0.64$ y $\rho_3 = 0.8$

a) Determinar los coeficientes c, ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_3 del proceso.

b) Calcular la varianza de (a_t).

c) Calcular las autocorrelaciones ρ_4 y ρ_5.

Problema 4 Considérese el proceso definido por

$$Y_t = 1.3Y_{t-1} - 0.4Y_{t-2} + a_t,$$

donde (a_t) es un ruido blanco con varianza $\sigma^2 = 1$.

a) ¿Es este proceso estacionario?

b) Calcular la media y la varianza del proceso.

c) Obtener la función de autocorrelación simple teórica del proceso. Calcular las primeras 5 autocorrelaciones teóricas.

d) Obtener la constante d y los primeros 6 coeficientes $\psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_5$ de la representación MA(∞) del proceso, dada por

$$Y_t = d + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j}.$$

Problema 5 Generar dos muestras del proceso

$$Y_t = 1.3Y_{t-1} - 0.4Y_{t-2} + a_t,$$

ambas del tamaño $n = 100$. Calcular la *fas* y la *fap* empírica para cada muestra y compararlas con los resultados teóricos del Problema 4.

Problema 6 Considérese el proceso AR(3) dado por

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_3 Y_{t-3} + a_t,$$

donde (a_t) es un ruido blanco, (Y_t) tiene media 10 y autocovarianzas

$$\gamma_0 = 5,\ \gamma_1 = 0,\ \gamma_2 = 2 \text{ y } \gamma_3 = 1.2.$$

a) Determinar los coeficientes ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_3 del proceso.

b) Calcular la varianza de (a_t).

c) Calcular las autocorrelaciones ρ_4 y ρ_5.