

## PRÁCTICA 3: SERIES TEMPORALES DIPLOMADO EN ESTADÍSTICA

- Problema 1**
- a) Considera el proceso estocástico  $Y_t = \mu + \beta t + a_t$ ,  $t \in \mathbb{Z}$ , donde  $\mu$  y  $\beta$  son constantes y  $(a_t)$  es un ruido blanco. ¿Es este proceso estacionario? Ahora considera el proceso formado por las primeras diferencias  $(\Delta Y_t)$ . Calcula su función de medias, de varianzas y de autocovarianzas. ¿Es este proceso estacionario? ¿Es  $(\Delta Y_t)$  ergódico para la media?
- b) Sea  $(Z_t)$  un paseo aleatorio, es decir,  $Z_t = \sum_{j=1}^t a_j$ ,  $t \in \mathbb{N}$ ,  $Z_0 \equiv 0$ , donde  $(a_t)$  es ruido blanco. Calcula su función de medias, de varianzas y su función de autocovarianzas. Verifica que la serie de las primeras diferencias  $(\Delta Z_t)$  es estacionaria.
- c) ¿Son estacionarias las segundas diferencias  $\Delta^2 Y_t$  y  $\Delta^2 Z_t$  de los procesos  $(Y_t)$  y  $(Z_t)$  considerados en a) y b)? Justifica tu respuesta.

**Problema 2** Las series 6) y 13) de los índices del precio del alquiler y de la producción de química no parecen estacionarios. Queremos saber si las primeras diferencias, sus incrementos, pueden ser estacionarios.

- a) Obtener la serie de las primeras diferencias  $(\Delta Y_t)$  para el precio del alquiler (nota: 12/1992=100%) y construir un gráfico de los valores para cada mes calendario en los distintos años, análogo a la Figura 2.2 de los apuntes. Además partir la serie de las primeras diferencias (108 instantes) en los primeros y los segundos 54 instantes y calcular la media, la varianza y la *fas* empírica para cada parte. ¿Qué tipos de falta de estacionaridad podemos detectar de esta manera? ¿Puede ser  $(\Delta Y_t)$  estacionario?
- b) Hacer un análisis análogo al realizado en a) para el índice de la producción de química 1/1975-12/2001 (324 instantes) utilizando la división 1/1975-12/1983, 1/1984-12/1992, 1/1993-12/2001 (108 instantes cada secuencia).

**Problema 3** Consideremos las series de manchas solares 2) y de linceos 26).

- a) Calcular el periodograma de las manchas solares. Decidir si hay frecuencias dominantes y, si existen, interpretarlas. Estimar la *fas* de la serie.
- b) Mirar el espectro ('espectrum') en la ayuda y obtener e interpretar el periodograma para el ejemplo 'UKlungdeaths'.
- c) Calcular el periodograma para la serie de los linceos. Decidir si hay frecuencias dominantes y si existen, interpretarlas. Estimar la *fas* de la serie.

**Problema 4** Calcular la constante  $c$  para que el proceso definido por

$$Y_t = c + 0.6Y_{t-1} + a_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

donde  $(a_t)$  es ruido blanco, sea estacionario con media  $\mu$ . Restar  $\mu$  a ambos lados de la ecuación del proceso, y escribir dicha ecuación en términos de un proceso  $(\tilde{Y}_t)$  con media cero. Calcular la función de autocovarianzas y la *fas* de  $(\tilde{Y}_t)$ . ¿Es  $(\tilde{Y}_t)$  ergódico para la media?