

Ejercicios de Procesos Estocásticos

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO MAGISTRAL
GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES

30/04/2009



Ejemplo

ERGODICIDAD EN LA MEDIA

Sea A una variable aleatoria $N(0, 1)$, definimos el proceso $X(t) = A$.
¿Es ergódico en media?



Ejemplo

ERGODICIDAD EN LA MEDIA

Sea A una variable aleatoria $N(0, 1)$, definimos el proceso $X(t) = A$.
¿Es ergódico en media?

SOLUCIÓN:

El proceso $X(t)$ **NO** es ergódico en la media. De hecho

$$\begin{aligned} A &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) dt = \\ &\mu_T \neq \mu_X \\ &= \mathbb{E}[X(t)] = 0 \end{aligned}$$



Ejemplo

ESTACIONARIEDAD DÉBIL

Se considera el proceso

$$X(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t),$$

donde A y B son dos variables aleatorias independientes uniformemente distribuidas en $[-1, 1]$.

Estudiar la estacionariedad en el sentido débil.



Ejemplo

ESTACIONARIEDAD DÉBIL

Se considera el proceso

$$X(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t),$$

donde A y B son dos variables aleatorias independientes uniformemente distribuidas en $[-1, 1]$.

Estudiar la estacionariedad en el sentido débil.

SOLUCIÓN:

El proceso $X(t)$ es estacionario en el sentido débil siendo la media estocástica

$$\mu_X = \mathbb{E}[X(t)] = 0$$

una función constante del tiempo y la función de autocorrelación

$$R_X(t, t + \tau) = \mathbb{E}[X(t) X(t + \tau)] = \frac{1}{3} \cos(\omega \tau) = R_X(\tau)$$

solo una función de τ .