

Ejercicios de Procesos Estocásticos

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO MAGISTRAL
GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES

23/04/2009



Ejercicio

Un transmisor envía pulsos rectangulares de altura y posición aleatorias. Cada pulso transmitido corresponde a una realización del proceso estocástico

$$X(t) = V h(t - T), \quad t > 0,$$

donde el altura V del pulso es una variable aleatoria uniforme en $[0, v_0]$, y T es una variable aleatoria exponencial de parámetro λ , independiente de V , y la función determinista $h(t)$ es igual a

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1; \\ 0, & \text{en el resto.} \end{cases}$$

Calcular la función valor medio del proceso estocástico $X(t)$.



Ejercicio

Un transmisor envía pulsos rectangulares de altura y posición aleatorias. Cada pulso transmitido corresponde a una realización del proceso estocástico

$$X(t) = V h(t - T), \quad t > 0,$$

donde el altura V del pulso es una variable aleatoria uniforme en $[0, v_0]$, y T es una variable aleatoria exponencial de parámetro λ , independiente de V , y la función determinista $h(t)$ es igual a

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1; \\ 0, & \text{en el resto.} \end{cases}$$

Calcular la función valor medio del proceso estocástico $X(t)$.

SOLUCIÓN:

$$\mu_X(t) = \mathbb{E}[V h(t - T)] = \mathbb{E}[V] \mathbb{E}[h(t - T)] = \frac{v_0}{2} e^{-\lambda t} (e^\lambda - 1)$$



Ejemplo

Si $X(t)$ representa un proceso estocástico de media

$$\mu_x(t) = 3$$

y función de correlación

$$R_X(t_1, t_2) = 9 + 4e^{-0.2|t_1 - t_2|}.$$

Calcular la esperanza, la varianza y la covarianza de las variables aleatorias $Z = X(5)$ y $T = X(8)$.



Ejemplo

Si $X(t)$ representa un proceso estocástico de media

$$\mu_x(t) = 3$$

y función de correlación

$$R_X(t_1, t_2) = 9 + 4e^{-0.2|t_1 - t_2|}.$$

Calcular la esperanza, la varianza y la covarianza de las variables aleatorias $Z = X(5)$ y $T = X(8)$.

SOLUCIÓN:

$$\mathbb{E}[Z] = \mathbb{E}[T] = 3;$$

$$\text{Var}[Z] = \text{Var}[T] = 4;$$

$$\text{Cov}[Z, T] = 4e^{-0.6}.$$