

Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 66

GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES

16/03/2009



Ejercicio

Las llamadas de teléfono recibidas en una casa siguen un *proceso de Poisson* con parámetro $\lambda = 2$ cada hora.

- ¿Cual es la probabilidad de que el teléfono suene durante ese tiempo?
- ¿Durante cuanto tiempo puede tomar una ducha si desea que la probabilidad de no recibir ninguna llamada sea como mucho 0.5?



Ejercicio

Las llamadas de teléfono recibidas en una casa siguen un *proceso de Poisson* con parámetro $\lambda = 2$ cada hora.

- ¿Cual es la probabilidad de que el teléfono suene durante ese tiempo?
- ¿Durante cuanto tiempo puede tomar una ducha si desea que la probabilidad de no recibir ninguna llamada sea como mucho 0.5?

SOLUCIÓN:

- 0.864;
- $t \approx 21$ minutos.



Ejercicio

Un aparcamiento tiene 2 entradas. Los coches llegan a la entrada *I* según una *Poisson* con 3 coches por *hora* y a la entrada *II* con 2 coches por *media hora*. Si el número de coches que llega a cada entrada son independientes, **¿cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen 3 coches al aparcamiento?**



Ejercicio

Un aparcamiento tiene 2 entradas. Los coches llegan a la entrada *I* según una *Poisson* con 3 coches por *hora* y a la entrada *II* con 2 coches por *media hora*. Si el número de coches que llega a cada entrada son independientes, **¿cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen 3 coches al aparcamiento?**

SOLUCIÓN:

$$\frac{7^3}{3!} e^{-3} = 0.05$$

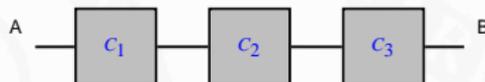
Ejercicio

1/2

Un sistema está formado por 3 componentes conectados en serie. El sistema falla cuando falla uno de los componentes.

Los componentes C_1 y C_2 tienen tiempo de vida T_1 y T_2 que se distribuyen como una *exponencial* de media 28000 horas.

La distribución de probabilidad de la vida, T_3 , del componente C_3 es $N(3000, 200)$. Los tiempos de vida de los tres componentes son independientes.

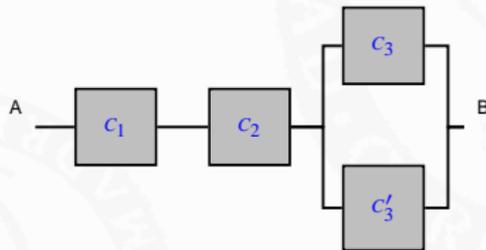


- Calcular la probabilidad de que el componente C_1 dure más de 3000 horas.
- Calcular la probabilidad de que el componente C_1 dure más de 6000 horas, si ha durado ya 3000 horas.
- Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.

Ejercicio

2/2

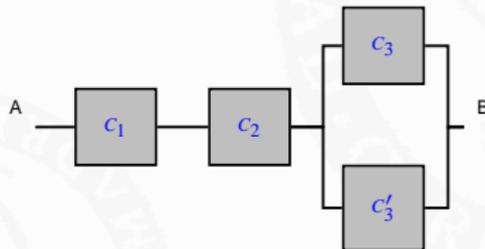
- d) Para reforzar el componente C_3 se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



Ejercicio

2/2

- d) Para reforzar el componente C_3 se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



SOLUCIÓN:

- a) $\Pr(T_1 > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$
 b) $\Pr(T_1 > 6000 | T > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$
 c) $\Pr(T_s > 3000) = \frac{1}{2}e^{-6/28} = 0.4036$
 d) $\Pr(T_s' > 3000) = \frac{3}{4}e^{-6/28} = 0.6053$



Ejercicio Ex. SEP 2007 Ing. Téc. Tel. (P2b).

La duración en días de un tipo de sensores sigue un modelo Weibull con

$$F(t) = 1 - \exp(- (t/\alpha)^{1/2});$$

$$f(t) = \frac{1/2}{\alpha^{1/2}} t^{-1/2} \exp(- (t/\alpha)^{1/2}), \quad \text{con } \alpha > 0.$$

- a) Se supone que se tiene una caja de 60 sensores sin usar cuya duración siguen el modelo Weibull con $\alpha = 1/4$ que verifica que $\mathbb{E}[T] = 1/2$ días y $\text{Var}[T] = 5/4$ días². Si se comienza con un sensor de dicha caja y se va reemplazando instantáneamente según se vaya fundiendo con un sensor de la misma caja, ¿cuál es la probabilidad de que cuando haya fallado el último sensor de la caja hayan pasado menos de 47 días?

Utilizar alguno de los siguientes valores de la función $Q(x) = \Pr(Z > x)$ con $Z \sim N(0, 1)$

x	1.64	-1.64	1.96	-1.96	47	-47
$Q(x)$	0.05	0.95	0.025	0.975	≈ 0	≈ 1

- b) Calcula la probabilidad del apartado anterior mediante simulación en MATLAB/Octave.