

# Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística  
Universidad Carlos III de Madrid

**GRUPO 67**

**GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES**

10/03/2009



## Ejercicio

Se considera una v.a. *Bernoulli* que toma el valor **1** con probabilidad **0.01**. Se toma una muestra de  $n$  elementos. Calcular el valor mínimo que debe tener  $n$  para que la probabilidad de obtener al menos una vez como resultado un **1** sea mayor o igual que **0.95**.



## Ejercicio

Se considera una v.a. *Bernoulli* que toma el valor 1 con probabilidad 0.01. Se toma una muestra de  $n$  elementos. Calcular el valor mínimo que debe tener  $n$  para que la probabilidad de obtener al menos una vez como resultado un 1 sea mayor o igual que 0.95.

SOLUCIÓN:

$$n \geq \frac{\ln 0.05}{\ln 0.99} = 298.073$$



## Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?



## Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

### SOLUCIÓN:

$$a) \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{50-k} = 0.0040 = \Pr(Z \geq 2.65)$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{50} \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} = 0.4439 \approx 0.4443 = \Pr(Z \geq 0.14)$$



## Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media 10000 horas. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de 20000 horas, dure más de 21000 horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre 0 y 1000 horas. Comentar razonadamente el resultado.
- Si se instalan 4 de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de 10000 horas.



## Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media 10000 horas. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de 20000 horas, dure más de 21000 horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre 0 y 1000 horas. Comentar razonadamente el resultado.
- Si se instalan 4 de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de 10000 horas.

### SOLUCIÓN:

$$\text{a) } \Pr(T > 21000 | T > 20000) = \frac{e^{-2.1}}{e^{-2}} = 0.905 = e^{-0.1} = \Pr(T > 1000);$$

$$\text{b) } \Pr(\text{Funcione}) = \Pr(T > 10000)^4 = 0.018.$$



## Ejercicio

Sea  $X$  la v.a. “horas que se dedica a realizar una actividad” cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x+1) & 0 < x < 2; \\ 0 & \text{resto.} \end{cases}$$

Se pide:

- Calcular la probabilidad de que el tiempo empleado sea superior a una hora y media.
- Calcular, mediante simulación con MATLAB/Octave, la probabilidad de del apartado anterior.
- Si se realizan 10 actividades según la v.a.  $X$ , calcular la probabilidad de que exactamente en tres de ellas, el tiempo que se emplee en realizar cada una sea superior a una hora y media.
- Calcula la probabilidad del apartado anterior mediante simulación con MATLAB/ Octave.