

Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 67

GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES

10/03/2009



Ejercicio

Se considera una v.a. *Bernoulli* que toma el valor **1** con probabilidad **0.01**. Se toma una muestra de n elementos. Calcular el valor mínimo que debe tener n para que la probabilidad de obtener al menos una vez como resultado un **1** sea mayor o igual que **0.95**.



Ejercicio

Se considera una v.a. *Bernoulli* que toma el valor 1 con probabilidad 0.01. Se toma una muestra de n elementos. Calcular el valor mínimo que debe tener n para que la probabilidad de obtener al menos una vez como resultado un 1 sea mayor o igual que 0.95.

SOLUCIÓN:

$$n \geq \frac{\ln 0.05}{\ln 0.99} = 298.073$$



Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?



Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

SOLUCIÓN:

$$a) \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{50-k} = 0.0040 = \Pr(Z \geq 2.65)$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{50} \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} = 0.4439 \approx 0.4443 = \Pr(Z \geq 0.14)$$



Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media 10000 horas. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de 20000 horas, dure más de 21000 horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre 0 y 1000 horas. Comentar razonadamente el resultado.
- Si se instalan 4 de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de 10000 horas.



Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media 10000 horas. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de 20000 horas, dure más de 21000 horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre 0 y 1000 horas. Comentar razonadamente el resultado.
- Si se instalan 4 de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de 10000 horas.

SOLUCIÓN:

- $\Pr(T > 21000 | T > 20000) = \frac{e^{-2.1}}{e^{-2}} = 0.905 = e^{-0.1} = \Pr(T > 1000)$;
- $\Pr(\text{Funcione}) = \Pr(T > 10000)^4 = 0.018$.



Ejercicio

Sea X la v.a. “horas que se dedica a realizar una actividad” cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x+1) & 0 < x < 2; \\ 0 & \text{resto.} \end{cases}$$

Se pide:

- Calcular la probabilidad de que el tiempo empleado sea superior a una hora y media.
- Calcular, mediante simulación con MATLAB/Octave, la probabilidad de del apartado anterior.
- Si se realizan 10 actividades según la v.a. X , calcular la probabilidad de que exactamente en tres de ellas, el tiempo que se emplee en realizar cada una sea superior a una hora y media.
- Calcula la probabilidad del apartado anterior mediante simulación con MATLAB/ Octave.