Ejercicios de Variables Aleatorias

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 66

GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES

02/03/2009

Ejercicio [CPC2b_62_0506 (C1)]

Sea X variable aleatoria triangular continua $TriCont(0;2)$ cuya función de densidad $f(x)$ viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1; \\ a(2-x) & 1 \geq x \leq 2; \\ 0 & \text{resto.} \end{cases}$$

a) Determinar a para que $f(x)$ sea realmente función de densidad
b) Dibujar $f(x)$. ¿Cuál es la razón de que a $f(x)$ se la denomine triangular continua?
c) Con la ayuda del gráfico $f(x)$ comprobar por procedimientos geométricos que el área bajo la curva de $f(x)$ es 1
d) Determinar $F(x)$. Una vez calculada, comprobar que cumple las cuatro condiciones para ser función de distribución
e) Calcular $\Pr(0.3 < X \leq 1.5)$ utilizando la función de densidad $f(x)$
f) Calcular $\Pr(0. < X \leq 1.5)$ utilizando la función de distribución $F(x)$
g) Calcular $\Pr(0.3 < X \leq 1.5)$ utilizando razonamientos geométricos

Ejercicio

Sea X una variable aleatoria con función de densidad

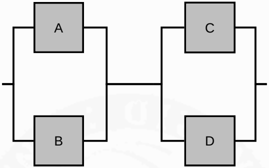
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } -1 \leq x \leq 0; \\ a\,e^{-x} & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

a) Calcula el valor de a para que $f(x)$ sea una función de densidad.

b) Calcula la función de distribución.

Ejercicio [JUN2006 Ing. Téc Tel (P2)]

Un sistema formado por 4 componentes independientes sigue el siguiente esquema:



La componente A tiene un tiempo de vida en horas que viene descrito por una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k\,x & \text{si } 0 \leq x < 5; \\ \frac{2}{5} - k\,x & \text{si } 5 \leq x < 10; \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a) El valor de k para que $f(x)$ sea función de densidad. ¿Cuál es la probabilidad de que no falle durante las primeras 5 horas?

b) Si cada componente C y D por separado tiene una probabilidad $p = 0.1$ de fallar durante las primeras 5 horas, calcula:

- La probabilidad de que al menos una de las dos funcione durante ese periodo de tiempo.
- La probabilidad de que exactamente una de las dos componentes funcione.

c) La probabilidad de que la componente B dure más de 5 horas es 0.25. Calcular la probabilidad de que el sistema entero ($ABCD$) funcione durante las primeras 5 horas.

Solución

a) $k = \frac{1}{25}$. $\Pr\{X > 5\} = \frac{1}{2}$.

b)
- $\Pr\{C \cup D\} = 0.99$.
- $\Pr\{(C \cap \bar{D}) \cup (\bar{C} \cap D)\} = 0.18$.

c) $\Pr\{ABCD > 5\text{horas}\} = 61.875\%$.