

Ejercicios de de Variables Aleatorias

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO MAGISTRAL
GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES

26/02/2009



Ejercicio

Un sistema de comunicaciones dispone de un transmisor que envía los símbolos 0, 1 y 2 a través de un canal hasta un receptor. Este canal puede cambiar el símbolo transmitido.

La probabilidad de que se reciba el mismo símbolo que se ha transmitido es de 0.8.

Por otra parte la probabilidad de recibir de forma defectuosa un símbolo es igual con independencia del símbolo transmitido.

Las probabilidades de transmisión de los símbolos 0,1 y 2 son de 0.5, 0.3 y 0.2 respectivamente.

Si se llama X la variable aleatoria que toma el valor del símbolo recibido, calcular:

- $\mathbb{E}[X]$
- $\text{Var}[X]$



Ejercicio

Un sistema de comunicaciones dispone de un transmisor que envía los símbolos 0, 1 y 2 a través de un canal hasta un receptor. Este canal puede cambiar el símbolo transmitido.

La probabilidad de que se reciba el mismo símbolo que se ha transmitido es de 0.8.

Por otra parte la probabilidad de recibir de forma defectuosa un símbolo es igual con independencia del símbolo transmitido.

Las probabilidades de transmisión de los símbolos 0, 1 y 2 son de 0.5, 0.3 y 0.2 respectivamente.

Si se llama X la variable aleatoria que toma el valor del símbolo recibido, calcular:

- $\mathbb{E}[X]$
- $\text{Var}[X]$

SOLUCIÓN:

$$\Pr\{R_0\} = 0.45; \quad \Pr\{R_1\} = 0.31; \quad \Pr\{R_2\} = 0.24;$$

$$\text{a) } \mathbb{E}[X] = 0 \times 0.45 + 1 \times 0.31 + 2 \times 0.24 = 0.79$$

$$\text{b) } \mathbb{E}[X^2] = 0^2 \times 0.45 + 1^2 \times 0.31 + 2^2 \times 0.24 = 1.27; \quad \text{Var}[X] = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2 = 0.6459$$



Ejercicio

Sean las variables aleatorias

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - U) \quad \text{y} \quad Y = -\frac{1}{\lambda} \ln(U),$$

donde $\lambda > 0$ y $U \sim U(0, 1)$ es uniforme entre $(0, 1)$, es decir

$$f_U(u) = 1_{\{0 \leq u \leq 1\}}.$$

- ¿Son X e Y iguales?
- ¿Tienen X e Y la misma densidad?
- ¿Qué sugieren los apartados anteriores?



Ejercicio

Sean las variables aleatorias

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - U) \quad \text{y} \quad Y = -\frac{1}{\lambda} \ln(U),$$

donde $\lambda > 0$ y $U \sim U(0, 1)$ es uniforme entre $(0, 1)$, es decir

$$f_U(u) = 1\{0 \leq u \leq 1\}.$$

- ¿Son X e Y iguales?
- ¿Tienen X e Y la misma densidad?
- ¿Qué sugieren los apartados anteriores?

SOLUCIÓN:

- No
- Si, ambas tienen densidad $f(z) = \lambda e^{-\lambda z}$, para $z \geq 0$.
- Dos variables aleatorias definidas en el mismo espacio muestral pueden al mismo tiempo tener misma distribución y ser diferentes.



Ejercicio

Sea X v.a uniforme continua $U(0, 1)$ calcular la función de densidad de la variable

$$Y = 1/X.$$



Ejercicio

Sea X v.a uniforme continua $U(0, 1)$ calcular la función de densidad de la variable

$$Y = 1/X.$$

SOLUCIÓN:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{y^2}, & y \geq 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$