

Ejercicios de Probabilidad

Bernardo D'Auria

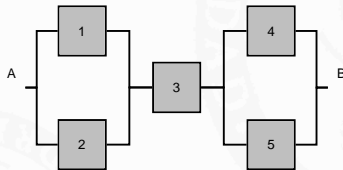
Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO MAGISTRAL
GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS AUDIOVISUALES

05/02/2009

Ejercicio

Se tiene un sistema de componentes conectados según la siguiente figura:

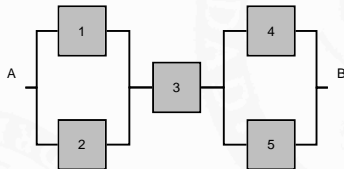


Todos los componentes son de una fiabilidad similar, y tienen una probabilidad de averiarse de **0.01**. Las averías de los componentes son independientes del estado del resto de los componentes. El sistema funciona si entre **A** y **B** es posible encontrar un camino de componentes que funcionen.

¿Cuál es la probabilidad de que el sistema funcione?

Ejercicio

Se tiene un sistema de componentes conectados según la siguiente figura:



Todos los componentes son de una fiabilidad similar, y tienen una probabilidad de averiarse de **0.01**. Las averías de los componentes son independientes del estado del resto de los componentes. El sistema funciona si entre **A** y **B** es posible encontrar un camino de componentes que funcionen.

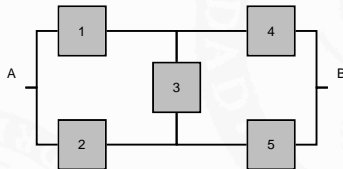
¿Cuál es la probabilidad de que el sistema funcione?

SOLUCIÓN:

$$\Pr(\text{funciona}) = 0.9898$$

Ejercicio

Se tiene un sistema de componentes conectados según la siguiente figura:

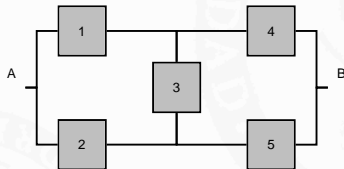


Todos los componentes son de una fiabilidad similar, y tienen una probabilidad de averiarse de **0.01**. Las averías de los componentes son independientes del estado del resto de los componentes. El sistema funciona si entre **A** y **B** es posible encontrar un camino de componentes que funcionen.

¿Cuál es la probabilidad de que el sistema funcione?

Ejercicio

Se tiene un sistema de componentes conectados según la siguiente figura:



Todos los componentes son de una fiabilidad similar, y tienen una probabilidad de averiarse de **0.01**. Las averías de los componentes son independientes del estado del resto de los componentes. El sistema funciona si entre **A** y **B** es posible encontrar un camino de componentes que funcionen.

¿Cuál es la probabilidad de que el sistema funcione?

SOLUCIÓN:

$$\Pr(\text{funciona}) = 0.999798$$



Ejercicio

Una persona que acude a utilizar un cajero automático ha olvidado las dos últimas cifras de su código secreto, por lo que decide teclearlas al azar. El cajero estudia por separado cada dígito tecleado, de forma que si es incorrecto avisa al usuario y éste debe comenzar un nuevo intento. Si a un usuario se le permite 3 intentos para teclear el código secreto,

- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona pueda realizar la operación que desea?
- Si finalmente lo consigue, ¿cuál es la probabilidad de que haya conseguido entrar en el tercer intento?



Solucion - a)

¿Cuál es la probabilidad de que la persona pueda realizar la operación que desea?

Si por ejemplo A_P significa averiguar el *penúltimo* dígito y E_U significa teclear erróneamente el *último* dígito, tenemos que

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{acertar}\} &= \Pr\{A_P A_U\} + \Pr\{A_P E_U A_U\} + \Pr\{A_P E_U E_U A_U\} \\ &\quad \Pr\{E_P A_P A_U\} + \Pr\{E_P A_P E_U A_U\} \\ &\quad \Pr\{E_P E_P A_P A_U\} \end{aligned}$$



Solucion - a)

¿Cuál es la probabilidad de que la persona pueda realizar la operación que desea?

Si por ejemplo A_P significa averiguar el *penúltimo dígito* y E_U significa teclear erróneamente el *último dígito*, tenemos que

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{acertar}\} = & \Pr\{A_P A_U\} + \Pr\{A_P E_U A_U\} + \Pr\{A_P E_U E_U A_U\} \\ & \Pr\{E_P A_P A_U\} + \Pr\{E_P A_P E_U A_U\} \\ & \Pr\{E_P E_P A_P A_U\} \end{aligned}$$

$$\Pr\{A_P A_U\} = \Pr\{A_P\} \Pr\{A_U\} = \frac{1}{10} \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$



Solucion - a)

¿Cuál es la probabilidad de que la persona pueda realizar la operación que desea?

Si por ejemplo A_P significa averiguar el *penúltimo* dígito y E_U significa teclear erróneamente el *último* dígito, tenemos que

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{acertar}\} &= \Pr\{A_P A_U\} + \boxed{\Pr\{A_P E_U A_U\}} + \Pr\{A_P E_U E_U A_U\} \\ &\quad \Pr\{E_P A_P A_U\} + \Pr\{E_P A_P E_U A_U\} \\ &\quad \Pr\{E_P E_P A_P A_U\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr\{A_P E_U A_U\} &= \Pr\{A_P\} \Pr\{E_U A_U\} \\ &= \frac{1}{10} \Pr\{E_U\} \Pr\{A_U|E_U\} = \frac{1}{10} \frac{9}{10} \frac{1}{9} = \frac{1}{100} \end{aligned}$$

Solucion - a)

¿Cuál es la probabilidad de que la persona pueda realizar la operación que desea?

Si por ejemplo A_P significa averiguar el *penúltimo* dígito y E_U significa teclear erróneamente el *último* dígito, tenemos que

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{acertar}\} &= \Pr\{A_P A_U\} + \Pr\{A_P E_U A_U\} + \boxed{\Pr\{A_P E_U E_U A_U\}} \\ &\quad \Pr\{E_P A_P A_U\} + \Pr\{E_P A_P E_U A_U\} \\ &\quad \Pr\{E_P E_P A_P A_U\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr\{A_P E_U E_U A_U\} &= \Pr\{A_P\} \Pr\{E_U E_U A_U\} = \frac{1}{10} \Pr\{E_U\} \Pr\{E_U A_U | E_U\} \\ &= \frac{1}{10} \frac{9}{10} \Pr\{E_U | E_U\} \Pr\{A_U | E_U E_U\} = \frac{1}{10} \frac{9}{10} \frac{8}{9} \frac{1}{8} = \frac{1}{100} \end{aligned}$$



Solucion - a)

¿Cuál es la probabilidad de que la persona pueda realizar la operación que desea?

Si por ejemplo A_P significa averiguar el *penúltimo* dígito y E_U significa teclear erróneamente el *último* dígito, tenemos que

$$\begin{aligned}
 \Pr\{\text{acertar}\} &= \Pr\{A_P A_U\} + \Pr\{A_P E_U A_U\} + \Pr\{A_P E_U E_U A_U\} \\
 &\quad + \Pr\{E_P A_P A_U\} + \Pr\{E_P A_P E_U A_U\} \\
 &\quad + \Pr\{E_P E_P A_P A_U\} \\
 &= \frac{1}{10} \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \frac{9}{10} \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \frac{9}{10} \frac{8}{10} \\
 &\quad + \frac{9}{10} \frac{1}{10} \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \frac{1}{10} \frac{9}{10} \\
 &\quad + \frac{9}{10} \frac{8}{10} \frac{1}{10} \frac{1}{10} = \boxed{\frac{6}{100}}
 \end{aligned}$$



Solucion - a)

¿Cuál es la probabilidad de que la persona pueda realizar la operación que desea?

Alternativamente, se tiene que

$$\begin{aligned}
 \Pr\{\overline{\text{acertar}}\} &= \Pr\{E_P E_P E_P\} + \Pr\{A_P E_U E_U E_U\} \\
 &\quad + \Pr\{E_P A_P E_U E_U\} + \Pr\{E_P E_P A_P E_U\} \\
 &= \frac{9}{10} \frac{8}{9} \frac{7}{8} + \frac{1}{10} \frac{9}{10} \frac{8}{9} \frac{7}{8} \\
 &\quad + \frac{9}{10} \frac{1}{9} \frac{9}{10} \frac{8}{9} + \frac{9}{10} \frac{8}{9} \frac{1}{9} \frac{9}{10} = \frac{94}{100}
 \end{aligned}$$

y al final

$$\Pr\{\text{acertar}\} = 1 - \Pr\{\overline{\text{acertar}}\} = \boxed{\frac{6}{100}}$$



Solucion - b)

Si finalmente lo consigue, ¿cuál es la probabilidad de que haya conseguido entrar en el tercer intento?

$$\begin{aligned}
 \Pr\{\text{acertar al 3}^{\circ} \text{ intento}\} &= \Pr\{A_P E_U E_U A_P\} + \Pr\{E_P A_P E_U A_P\} \\
 &\quad + \Pr\{E_P E_P A_P A_U\} \\
 &= \frac{1}{10} \frac{9}{10} \frac{8}{9} \frac{1}{8} + \frac{9}{10} \frac{1}{9} \frac{9}{10} \frac{1}{9} + \frac{9}{10} \frac{8}{9} \frac{1}{8} \frac{1}{10} = \frac{3}{100}
 \end{aligned}$$

Por lo que

$$\begin{aligned}
 \Pr\{\text{acertar al 3}^{\circ} \text{ intento} | \text{acertar}\} &= \frac{\Pr\{\text{acertar al 3}^{\circ} \text{ intento}, \text{acertar}\}}{\Pr\{\text{acertar}\}} \\
 &= \frac{3}{100} \frac{100}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$