

Tema 7: Ejercicios de Inferencia en una población Normal

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 83 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

Otros



Ejercicio

13

En una explotación minera las rocas excavadas se someten a un análisis químico para determinar su contenido porcentual de Cadmio. Después de analizar 25 rocas se obtiene que $\bar{x} = 9.77$ y $\hat{S} = 3.164$. Suponiendo que el contenido porcentual de Cadmio sigue una distribución normal, se pide:

- Construir un intervalo de confianza al 95% para el contenido porcentual medio de Cadmio en la mina.
- Construir un intervalo de confianza al 99% para σ^2



Ejercicio

13

En una explotación minera las rocas excavadas se someten a un análisis químico para determinar su contenido porcentual de Cadmio. Después de analizar 25 rocas se obtiene que $\bar{x} = 9.77$ y $\hat{S} = 3.164$. Suponiendo que el contenido porcentual de Cadmio sigue una distribución normal, se pide:

- Construir un intervalo de confianza al 95% para el contenido porcentual medio de Cadmio en la mina.
- Construir un intervalo de confianza al 99% para σ^2

SOLUCIÓN:

- IC95%: $\mu \in (8.47, 11.07)$;
- IC99%: $\sigma^2 \in (5.27, 24.29)$.



Ejercicio

16

Basándonos en una muestra de tamaño $n = 18$ de una población normal, se concluye que un intervalo de confianza del 95% para la media es

$$IC(0.95) : \mu \in (17, 19)$$

- a) Realiza un intervalo de confianza para la varianza del 90%
- b) ¿Cuál será el resultado del contraste

$$H_0 : \mu = 16; \quad H_1 : \mu \neq 16$$

con un nivel de significación del 5%?



Ejercicio

16

Basándonos en una muestra de tamaño $n = 18$ de una población normal, se concluye que un intervalo de confianza del 95% para la media es

$$IC(0.95) : \mu \in (17, 19)$$

- a) Realiza un intervalo de confianza para la varianza del 90%
- b) ¿Cuál será el resultado del contraste

$$H_0 : \mu = 16; \quad H_1 : \mu \neq 16$$

con un nivel de significación del 5%?

SOLUCIÓN:

- a) IC90%: $\sigma^2 \in (2.49, 7.92)$;
- b) Se rechaza, con $\alpha = 0.05$ que $\mu = 16$.



Ejercicio

17

Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño n de una variable aleatoria X . Se realiza el contraste

$$H_0 : \sigma^2 = 10; \quad H_1 : \sigma^2 < 10 \text{ con } \alpha = 0.05$$

y se rechaza H_0 .

Decir para cada una de las siguientes cuestiones, si son verdaderas, falsas, o inciertas

- El contraste no es válido, pues no sabemos si el tamaño muestral es grande o pequeño
- Si X es normal, el contraste será siempre válido aunque n sea pequeño
- Si el tamaño muestral es grande, la distribución de referencia será la normal estándar, pero si es pequeño será la t_{n-1}
- Sólo usaremos la distribución de referencia t_{n-1} si X es normal
- La distribución de referencia es χ_n^2 si utilizamos como estimador de σ^2 a \hat{S}^2 y χ_{n-1}^2 si utilizamos el estimador insesgado
- El intervalo de confianza de nivel de confianza 0.95 no contendrá el valor 10.



Ejercicio

17

Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño n de una variable aleatoria X . Se realiza el contraste

$$H_0 : \sigma^2 = 10; \quad H_1 : \sigma^2 < 10 \text{ con } \alpha = 0.05$$

y se rechaza H_0 .

Decir para cada una de las siguientes cuestiones, si son verdaderas, falsas, o inciertas

- El contraste no es válido, pues no sabemos si el tamaño muestral es grande o pequeño
- Si X es normal, el contraste será siempre válido aunque n sea pequeño
- Si el tamaño muestral es grande, la distribución de referencia será la normal estándar, pero si es pequeño será la t_{n-1}
- Sólo usaremos la distribución de referencia t_{n-1} si X es normal
- La distribución de referencia es χ_n^2 si utilizamos como estimador de σ^2 a \hat{S}^2 y χ_{n-1}^2 si utilizamos el estimador insesgado
- El intervalo de confianza de nivel de confianza 0.95 no contendrá el valor 10.

SOLUCIÓN:

Todas las cuestiones son falsas.



Ejercicio

18

Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 15$ de una variable aleatoria X de distribución desconocida. A partir de las estimaciones \bar{x} y \hat{s}^2 se realiza el contraste

$$H_0 : \mu \geq 10; \quad H_1 : \mu < 10 \text{ con } \alpha = 0.05$$

y se rechaza H_0 .

Decir para cada una de las siguientes cuestiones, si son verdaderas, falsas, o inciertas

- Al tener un tamaño muestral pequeño, el contraste solo sera valido si usamos la distribución t_{n-1} de distribución de referencia
- Si X no es normal, no podremos hacer el contraste con las herramientas estadísticas que hemos estudiado
- Si X es normal podemos utilizar tanto la t_{n-1} como la Z de distribución de referencia para hacer dicho contraste
- Como hemos rechazado H_0 sera imposible que la población tenga una media muestral mayor que 10
- Como hemos rechazado H_0 con $\alpha = 0.05$, la probabilidad de equivocarnos y que la población tenga $\mu \geq 10$ es 0.05



Ejercicio

18

Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 15$ de una variable aleatoria X de distribución desconocida. A partir de las estimaciones \bar{x} y \hat{s}^2 se realiza el contraste

$$H_0 : \mu \geq 10; \quad H_1 : \mu < 10 \text{ con } \alpha = 0.05$$

y se rechaza H_0 .

Decir para cada una de las siguientes cuestiones, si son verdaderas, falsas, o inciertas

- Al tener un tamaño muestral pequeño, el contraste solo sera valido si usamos la distribución t_{n-1} de distribución de referencia
- Si X no es normal, no podremos hacer el contraste con las herramientas estadísticas que hemos estudiado
- Si X es normal podemos utilizar tanto la t_{n-1} como la Z de distribución de referencia para hacer dicho contraste
- Como hemos rechazado H_0 sera imposible que la población tenga una media muestral mayor que 10
- Como hemos rechazado H_0 con $\alpha = 0.05$, la probabilidad de equivocarnos y que la población tenga $\mu \geq 10$ es 0.05

SOLUCIÓN:



Ejercicio

19

Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 18$ de una variable aleatoria X de distribución desconocida. A partir de las estimaciones \bar{x} y \hat{s}^2 se realiza el contraste

$$H_0 : \mu \geq 0; \quad H_1 : \mu < 0 \text{ con } \alpha = 0.05$$

y se rechaza H_0 .

Decir para cada una de las siguientes cuestiones, si son verdaderas, falsas, o inciertas

- Al tener un tamaño muestral pequeño, el contraste solo sera valido si usamos la distribución t_{18} de distribución de referencia
- Si X no es normal, utilizaremos la $N(0, 1)$ como distribución de referencia para el contraste.
- Como hemos rechazado H_0 sera imposible que el p -valor sea mayor que 0.05
- Si tenemos que p -valor = 0.10 aceptaremos H_0
- Si tenemos que p -valor = 0.10, entonces el contraste

$$H_0 : \mu \leq 0; \quad H_1 : \mu > 0$$

tiene p -valor = 0.20



Ejercicio

19

Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 18$ de una variable aleatoria X de distribución desconocida. A partir de las estimaciones \bar{x} y \hat{s}^2 se realiza el contraste

$$H_0 : \mu \geq 0; \quad H_1 : \mu < 0 \text{ con } \alpha = 0.05$$

y se rechaza H_0 .

Decir para cada una de las siguientes cuestiones, si son verdaderas, falsas, o inciertas

- Al tener un tamaño muestral pequeño, el contraste solo sera valido si usamos la distribución t_{18} de distribución de referencia
- Si X no es normal, utilizaremos la $N(0, 1)$ como distribución de referencia para el contraste.
- Como hemos rechazado H_0 sera imposible que el p -valor sea mayor que 0.05
- Si tenemos que p -valor = 0.10 aceptaremos H_0
- Si tenemos que p -valor = 0.10, entonces el contraste

$$H_0 : \mu \leq 0; \quad H_1 : \mu > 0$$

tiene p -valor = 0.20

SOLUCIÓN: