

Tema 4: Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 83 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

Otros

Ejercicio

Un servidor que alberga una página web recibe por término medio 10 accesos por minuto, pudiéndose considerar que los accesos son sucesos independientes. Se quiere saber:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no acceda nadie durante 2 minutos?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 10 accesos en 1 *minuto*?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de 20 accesos en 1 *minuto*?
- d) ¿Cuánto tiempo transcurrirá, *por término medio*, entre 2 accesos consecutivos?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 2 accesos consecutivos transcurra *menos de 1 segundo*?

SOLUCIÓN:

a) $e^{-20} = 2 \times 10^{-9}$

b) $\frac{10^{10}}{10!} e^{-10} = 0.125$

c) $1 - \sum_{i=1}^{20} \frac{10^i}{i!} e^{-10} = 1 - 0.9984 = 0.0016$

d) **6 segundos/acceso**

e) $1 - e^{-10/60} = 0.154$

Ejercicio

Examen Feb'05 - 1/2

Los circuitos integrados (*chips*) se obtienen a partir de obleas de silicio y son muy susceptibles a cualquier fallo en la superficie de la oblea. Se define como *defecto fatal* aquel defecto que pueda echar a perder un chip.

El número de *defectos fatales* por 100 mm^2 de oblea de silicio viene caracterizado por una variable aleatoria de media 0.1.

- ¿Cuál es la probabilidad de que en un chip de $20 \times 20 \text{ mm}^2$ haya *más de un defecto fatal*?
- Si se toman 25 chips diferentes de $10 \times 10 \text{ mm}^2$, ¿cuál es la probabilidad de que *más de 22* de esos chips *no tengan defectos*?

Ejercicio

Examen Feb'05 - 2/2

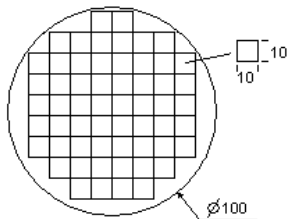


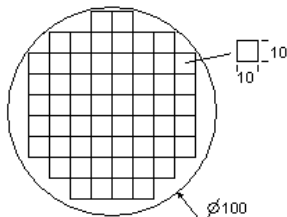
Figure: 58 chips de $10 \times 10 \text{ mm}^2$

- c) Si se pretenden obtener chips de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ de las obleas de 100 mm de diámetro,

¿cuál es la probabilidad de encontrar más de 12 defectos fatales en la superficie útil total de 4 obleas?

Ejercicio

Examen Feb'05 - 2/2



- c) Si se pretenden obtener chips de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ de las obleas de 100 mm de diámetro,

¿cuál es la probabilidad de encontrar más de 12 defectos fatales en la superficie útil total de 4 obleas?

Figure: 58 chips de $10 \times 10 \text{ mm}^2$

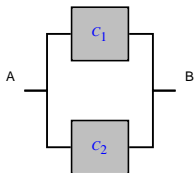
SOLUCIÓN:

- a) 0.0615
 b) 0.537
 c) ≈ 0.9898

Ejercicio

Fiabilidad

Se tiene un sistema formado por 2 componentes en paralelo como el de la figura donde los dos componentes tienen características similares



La avería de un componente es independiente del estado del otro componente. El sistema funciona si entre A y B es posible encontrar un camino de componentes que funcionen.

- (a) Supongamos que la duración de un componente (tiempo transcurrido desde que se conecta hasta que se avería) se puede modelizar con una distribución Weibull de parámetros $\alpha = 1200$ y $\beta = 1.7$. Calcula la probabilidad de que el componente 1 este más de 1000 horas funcionando ininterrumpidamente.
- (b) Supongamos que el componente 1 lleva ya 500 horas funcionando sin averiarse. Calcula la probabilidad de que funcione durante 1000 horas adicionales.
- (c) Comenta la diferencia entre la probabilidad del apartado (a) y (b), explicando dicha diferencia en función de los parámetros del modelo Weibull.
- (d) Calcula la probabilidad de que el sistema formado por ambos componentes en paralelo esté más de 1000 horas funcionando ininterrumpidamente.
- (e) ¿Cuántos componentes en serie como los de la figura se deberían usar para que la probabilidad de que el sistema dure más de 1000 horas sea mayor que 0.98?

SOLUCIÓN:

- (a) $\Pr(T_1 > 1000) = 0.48$;
- (b) $\Pr(T_1 > 1500 | T_1 > 500) = 0.29$;
- (c) $\beta > 1 \Rightarrow \Pr(T_1 > 1500 | T_1 > 500) < \Pr(T_1 > 1000)$ por el envejecimiento del componente;
- (d) $\Pr(\text{Funcione más de } 1000 \text{ horas}) = 0.73$;
- (e) ≈ 6 componentes.