

Tema 6: Ejercicios de Inferencia con muestras grandes

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 83 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

15 de Mayo 2008



Ejercicio

14 Y JUN1998

En una encuesta se pregunta a 10000 estudiantes de Bachillerato sobre su consumo de refrescos semanal, encontrándose una media de 5 botes, con una desviación típica de 2.

Hallar un intervalo de confianza para el consumo medio de toda la población de estudiantes de Bachillerato, al 95%.



Ejercicio

14 Y JUN1998

En una encuesta se pregunta a 10000 estudiantes de Bachillerato sobre su consumo de refrescos semanal, encontrándose una media de 5 botes, con una desviación típica de 2.

Hallar un intervalo de confianza para el consumo medio de toda la población de estudiantes de Bachillerato, al 95%.

SOLUCIÓN:

[4.96, 5.04]



Ejercicio

12 Y SEPT1999

Con el objeto de determinar la proporción de personas que poseen coche en una provincia determinada se realizó un muestreo aleatorio simple, de tal forma que de los 100 encuestados, 30 de ellos tienen coche.

- Determinar un intervalo de confianza para la proporción de la población que poseen coche ($\alpha = 0.05$).
- Si se desease estimar dicha proporción con una precisión de 0.02 y un 95% de confianza, ¿a cuantas personas se debería encuestas?



Ejercicio

12 Y SEPT1999

Con el objeto de determinar la proporción de personas que poseen coche en una provincia determinada se realizó un muestreo aleatorio simple, de tal forma que de los 100 encuestados, 30 de ellos tienen coche.

- Determinar un intervalo de confianza para la proporción de la población que poseen coche ($\alpha = 0.05$).
- Si se desease estimar dicha proporción con una precisión de 0.02 y un 95% de confianza, ¿a cuantas personas se debería encuestar?

SOLUCIÓN:

- $[0.2101, 0.3898]$;
- $n \approx 2017$.



Ejercicio

110

La longitud en cm, X , de las piezas fabricadas por una máquina es una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \lambda^2 x e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0.$$

Se pide:

- La expresión del estimador máximo verosímil del parámetro λ
- Calcula la varianza asintótica del dicho estimador de máxima verosimilitud
- ¿Cuál sería el estimador de λ por el método de los momentos?

Se toma una muestra de tamaño 100 para la cual resulta una longitud media de $\bar{x} = 52$.

- Construir un intervalo de confianza del 95% para el parámetro λ .
- Contrasta con un nivel de significación de $\alpha = 0.05$ si $\lambda = 0.05$.

Usa la función

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx, \quad p > 0.$$



SOLUCIÓN:

- a) $\hat{\lambda}_{MV} = 2/\bar{x}$;
- b) $\text{Var}[\hat{\lambda}_{MV}] = \lambda^2/2n$;
- c) Sale el mismo que el de máxima verosimilitud;
- d) $[0.03267, 0.04333]$;
- e) Se rechaza esa hipótesis con $\alpha = 0.05$.



Ejercicio

I13 Y SEPT2005

Se dispone de una muestra aleatoria simple de tamaño n de la variable aleatoria X de función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{2}\theta^3 x^2 e^{-\theta x} \quad x, \theta > 0.$$

- Determina el estimador de máxima verosimilitud de θ ;
- Demuestra que la varianza de dicho estimador (que denotaremos por $\hat{\theta}_{MV}$) para muestras grandes es $\text{Var}[\hat{\theta}_{MV}] = \frac{\theta^2}{3n}$;
- Calcula el valor de $\hat{\theta}_{MV}$ y de $\widehat{\text{Var}}[\hat{\theta}_{MV}]$ para una muestra de tamaño $n = 250$ donde $\sum_i x_i = 432$.
- Construye un intervalo de confianza para θ utilizando la información del apartado anterior.



Ejercicio

I13 Y SEPT2005

Se dispone de una muestra aleatoria simple de tamaño n de la variable aleatoria X de función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{2}\theta^3 x^2 e^{-\theta x} \quad x, \theta > 0.$$

- Determina el estimador de máxima verosimilitud de θ ;
- Demuestra que la varianza de dicho estimador (que denotaremos por $\hat{\theta}_{MV}$) para muestras grandes es $\text{Var}[\hat{\theta}_{MV}] = \frac{\theta^2}{3n}$;
- Calcula el valor de $\hat{\theta}_{MV}$ y de $\widehat{\text{Var}}[\hat{\theta}_{MV}]$ para una muestra de tamaño $n = 250$ donde $\sum_i x_i = 432$.
- Construye un intervalo de confianza para θ utilizando la información del apartado anterior.

SOLUCIÓN:

- $\hat{\theta}_{MV} = 3/\bar{x}$;
- $\text{Var}[\hat{\theta}_{MV}] = 0.004$;
- $[1.61, 1.86]$.