Tema 5: Ejercicios de Introducción a la inferencia estadística

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 83 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

06 de Mayo 2008

Ejercicio

I5

El tiempo T (en segundos) que un ordenador tarda en ejecutar una tarea sigue una variable aleatoria continua de función de densidad

$$f(t) = \frac{\alpha}{t^{\alpha+1}},$$

con $t \geq 1$ y $\alpha > 1$.

a) Utilizando el método de los momentos, propón un estimador para el parámetro α.

b) Se ejecuta 5 veces la tarea, y se cronometra el tiempo que ha tardado cada vez. Estos tiempos son (en segundos):

$$6, 5, 3, 7, 2.$$

Basándonos en esta muestra, y el estimador de α anterior, estima la probabilidad de que se tarde más de 5 segundos en realizar la tarea.

Ejercicio

I5

El tiempo T (en segundos) que un ordenador tarda en ejecutar una tarea sigue una variable aleatoria continua de función de densidad

$$f(t) = \frac{\alpha}{t^{\alpha+1}},$$

con $t \geq 1$ y $\alpha > 1$.

a) Utilizando el método de los momentos, propón un estimador para el parámetro α.

b) Se ejecuta 5 veces la tarea, y se cronometra el tiempo que ha tardado cada vez. Estos tiempos son (en segundos):

$$6, 5, 3, 7, 2.$$

Basándonos en esta muestra, y el estimador de α anterior, estima la probabilidad de que se tarde más de 5 segundos en realizar la tarea.

SOLUCIÓN:

a) $\hat{\alpha} = \bar{T}/(\bar{T} - 1)$;

b) $\Pr = 0.127$.

Ejercicio

I6

La duración de un sistema hasta que se produce un fallo por causas fortuitas se puede modelizar con una distribución exponencial

$$T \sim \mathrm{Exp}(\lambda).$$

Durante un tiempo se anota el tiempo que ha estado el sistema funcionando hasta que se produjo un fallo.
Se obtienen así los siguientes valores de duraciones en horas:

$$18, 94, 22, 143, 114.$$

Estima el parámetro λ de la exponencial utilizando el método de los momentos.

Ejercicio

I6

La duración de un sistema hasta que se produce un fallo por causas fortuitas se puede modelizar con una distribución exponencial

$$T \sim \mathrm{Exp}(\lambda).$$

Durante un tiempo se anota el tiempo que ha estado el sistema funcionando hasta que se produjo un fallo.
Se obtienen así los siguientes valores de duraciones en horas:

$$18, 94, 22, 143, 114.$$

Estima el parámetro λ de la exponencial utilizando el método de los momentos.

SOLUCIÓN:

$\hat{\lambda} = 0.013$ averías/hora.

Ejercicio

En una población hay individuos de *tres* tipos con las siguientes probabilidades:

$$\begin{aligned} \Pr(\text{Tipo1}) &= \theta^2 \\ \Pr(\text{Tipo2}) &= 2\theta(1-\theta) \quad 0 \le \theta \le 1 \\ \Pr(\text{Tipo3}) &= (1-\theta)^2 \end{aligned}$$

Obtenemos una muestra aleatoria de tamaño n, resultando N_1 individuos de Tipo 1, N_2 individuos del Tipo 2 y los restantes de Tipo 3.

a) Estudiar si el estimador $\hat{T} = \frac{2N_1+N_2}{2n}$ es insesgado para estimar θ.

b) Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ.

Ejercicio

En una población hay individuos de *tres* tipos con las siguientes probabilidades:

$$\begin{aligned} \Pr(\text{Tipo1}) &= \theta^2 \\ \Pr(\text{Tipo2}) &= 2\theta(1-\theta) \quad 0 \le \theta \le 1 \\ \Pr(\text{Tipo3}) &= (1-\theta)^2 \end{aligned}$$

Obtenemos una muestra aleatoria de tamaño n, resultando N_1 individuos de Tipo 1, N_2 individuos del Tipo 2 y los restantes de Tipo 3.

a) Estudiar si el estimador $\hat{T} = \frac{2N_1+N_2}{2n}$ es insesgado para estimar θ.

b) Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ.

Solución:

a) $\text{Sesgo}(\hat{T}) = 0$.

b) $\hat{\theta} = \hat{T}$.