Tema 5: Ejercicios de Introducción a la inferencia estadística

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 83 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

29 de Abril 2008

Ejercicio

M9

Para estimar la media de una población de media μ y varianza σ^2 se utiliza el estimador

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \, x_i,$$

donde $\omega_i \geq 0$ para todo i, $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$, siendo las x_i los valores muéstrales. Calcular la media y la varianza de este estimador.

Ejercicio

M9

Para estimar la media de una población de media μ y varianza σ^2 se utiliza el estimador

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \, x_i,$$

donde $\omega_i \geq 0$ para todo i, $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$, siendo las x_i los valores muéstrales. Calcular la media y la varianza de este estimador.

Solución:

$$\mathbb{E}[\hat{x}] = \mu;$$

$$\mathbb{V}\mathrm{ar}[\hat{x}] = \sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \, \sigma^2.$$

Ejercicio

SEP. 2001 Y M16

Los siguientes datos corresponden a la longitud (en milímetros) de piezas fabricadas por una máquina

104	109	111	109	87
86	80	119	88	122
91	103	99	108	96
104	98	98	83	107
79	87	94	92	97

Sabiendo que $\sum_i x_i = 2451$ y $\sum_i x_i^2 = 243505$:

a) Calcular un estimador insesgado para la media de la población.

b) Calcular un estimador insesgado para la varianza de la población.

Ejercicio

SEP. 2001 Y M16

Los siguientes datos corresponden a la longitud (en milímetros) de piezas fabricadas por una máquina

104	109	111	109	87
86	80	119	88	122
91	103	99	108	96
104	98	98	83	107
79	87	94	92	97

Sabiendo que $\sum_i x_i = 2451$ y $\sum_i x_i^2 = 243505$:

a) Calcular un estimador insesgado para la media de la población.

b) Calcular un estimador insesgado para la varianza de la población.

SOLUCIÓN:

a) $\hat{\mu} = 98.04$;

b) $\hat{\sigma^2} = \frac{n}{n-1}\left(\overline{x^2} - \bar{x}^2\right) = 133.71$.

Ejercicio

Sea $X \sim \Gamma(2, \theta)$, donde la función de densidad de una v.a. con distribución Gamma $\Gamma(\alpha, \theta)$ y parámetros α y θ es

$$f(x) = \frac{\theta^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta}, \quad x > 0.$$

Calcular el estimador máximo verosímil para θ y comprobar que es insesgado.

Ejercicio

Sea $X \sim \Gamma(2, \theta)$, donde la función de densidad de una v.a. con distribución Gamma $\Gamma(\alpha, \theta)$ y parámetros α y θ es

$$f(x) = \frac{\theta^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta}, \quad x > 0.$$

Calcular el estimador máximo verosímil para θ y comprobar que es insesgado.

SOLUCIÓN:

$$\hat{\theta} = \frac{\bar{x}}{2}$$

Ejercicio

EXAMEN ING. TEL. SEP'06 - P2

Se sabe que el tiempo T de respuesta de un servidor web dedicado a la telemedicina se ajusta a una distribución *Rayleigh* de parámetro $\alpha > 0$ con función de densidad

$$f(t) = \begin{cases} \alpha\, t \exp\left(-\frac{\alpha}{2} t^2\right), & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

Se realiza un estudio en el que se recogen $n = 50$ tiempos de respuesta t_i (suponer que $n = 50$ es grande) obteniéndose que

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = 146.28 \qquad \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = 510.58$$

Dar una estimación puntual de α por el método de máxima verosimilitud utilizando los datos muestrales.

Ejercicio

EXAMEN ING. TEL. SEP'06 - P2

Se sabe que el tiempo T de respuesta de un servidor web dedicado a la telemedicina se ajusta a una distribución *Rayleigh* de parámetro $\alpha > 0$ con función de densidad

$$f(t) = \begin{cases} \alpha\, t \exp\left(-\frac{\alpha}{2} t^2\right), & t > 0 \\ 0, & t \le 0 \end{cases}$$

Se realiza un estudio en el que se recogen $n = 50$ tiempos de respuesta t_i (suponer que $n = 50$ es grande) obteniéndose que

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = 146.28 \quad \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = 510.58$$

Dar una estimación puntual de α por el método de máxima verosimilitud utilizando los datos muestrales.

SOLUCIÓN:

$$\hat{\alpha} = 2/\overline{t^2} = 0,1959.$$