

Tema 4: Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 83 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

22 de Abril 2008

Ejercicio

Examen Ing. Tel. Sep'05 - P1

El tiempo de funcionamiento hasta que se avería el transmisor de señal de un satélite de telecomunicaciones sigue una distribución *exponencial* de media 10000 días. Para que el lanzamiento del satélite y la inversión realizada sea rentable se exige que la duración sea, al menos, de 10 años.

- Calcular la probabilidad de que un transmisor elegido al azar, resulte rentable.
- Si una instalación industrial fabrica 10 transmisores, ¿cuál es la probabilidad de que los diez cumplan las especificaciones?
- Cuál es la probabilidad de que haya al menos una avería en un año?
- Mantener un servicio de reparaciones para los transmisores cuesta 1000 euros anuales, ¿cuánto debe cobrar como mínimo dicho servicio por reparación para obtener beneficios *en un año* (es decir que el beneficio esperado en un año sea positivo)?

SOLUCIÓN:

- a) 0.694;
- b) 0.026;
- c) 0.0358;
- d) Tarifa > 27397.26 euros/avería.

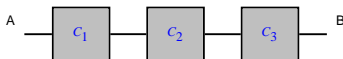
Ejercicio

1/2

Un sistema está formado por 3 componentes conectados en serie. El sistema falla cuando falla uno de los componentes.

Los componentes C_1 y C_2 tienen tiempo de vida T_1 y T_2 que se distribuyen como una *exponencial* de media 28000 horas.

La distribución de probabilidad de la vida, T_3 , del componente C_3 es $N(3000, 200)$. Los tiempos de vida de los tres componentes son independientes.

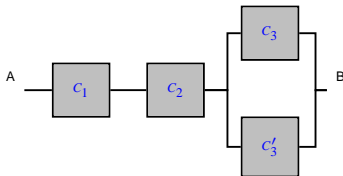


- Calcular la probabilidad de que el componente C_1 dure más de 3000 horas.
- Calcular la probabilidad de que el componente C_1 dure más de 6000 horas, si ha durado ya 3000 horas.
- Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.

Ejercicio

2/2

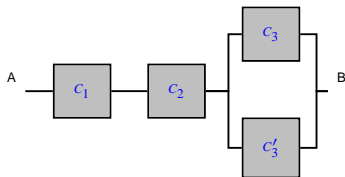
- d) Para reforzar el componente C_3 se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



Ejercicio

2/2

- d) Para reforzar el componente C_3 se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



SOLUCIÓN:

- a) $\Pr(T_1 > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$
 b) $\Pr(T_1 > 6000 | T > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$
 c) $\Pr(T_s > 3000) = \frac{1}{2}e^{-6/28} = 0.4036$
 d) $\Pr(T'_s > 3000) = \frac{3}{4}e^{-6/28} = 0.6053$

Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- b) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

SOLUCIÓN:

$$a) \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{50-k} = 0.0040 = \Pr(Z \geq 2.65)$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{50} \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} = 0.4439 \approx 0.4443 = \Pr(Z \geq 0.14)$$