Tema 4: Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 83 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

17 de Abril 2008

Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media 10000 horas. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de 20000 horas, dure más de 21000 horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre 0 y 1000 horas. Comentar razonadamente el resultado.

b) Si se instalan 4 de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de 10000 horas.

Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media 10000 horas. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de 20000 horas, dure más de 21000 horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre 0 y 1000 horas. Comentar razonadamente el resultado.

b) Si se instalan 4 de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de 10000 horas.

Solución:

a) $\Pr(T > 21000 | T > 20000) = \frac{e^{-2.1}}{e^{-2}} = 0.905 = e^{-0.1} = \Pr(T > 1000)$;

b) $\Pr(Funcione) = \Pr(T > 10000)^4 = 0.018$.

Ejercicio **Fiabilidad**

Sea X una variable aleatoria de Weibull de parámetro $\beta > 1$ que representa la duración de un componente hasta que se averíe.
Para montar un circuito, buscamos componentes que nos duren al menos 500 unidades de tiempo.
Para seleccionar esos componentes nos dan a elegir entre 2 *tipos*.
Los componentes del *Tipo 1* están sin estrenar, mientras que los componentes del *Tipo 2* no son nuevos.
¿Que tipo de componentes es el más adecuado para nosotros?

Ejercicio Fiabilidad

Sea X una variable aleatoria de Weibull de parámetro $\beta > 1$ que representa la duración de un componente hasta que se averíe.
Para montar un circuito, buscamos componentes que nos duren al menos 500 unidades de tiempo.
Para seleccionar esos componentes nos dan a elegir entre 2 *tipos*.
Los componentes del *Tipo 1* están sin estrenar, mientras que los componentes del *Tipo 2* no son nuevos.
¿Que tipo de componentes es el más adecuado para nosotros?

SOLUCIÓN:

Si X es una Weibull de parámetro $\beta > 1$, el componente envejece.
Cada vez le resulta mas difícil sobrevivir; es decir,

$$\Pr(X > t_0 + t | X > t_0) < \Pr(X > t).$$

Por tanto nos interesa el componente sin estrenar.

Ejercicio Fiabilidad

El tiempo T en segundos que tarda en conectarse a un servidor durante un día laborable sigue una distribución de Weibull de parámetros $\alpha = 0.6$ y $\beta = 1/4$, mientas que un fin de semana es una Weibull de parámetros $\alpha = 0.24$ y $\beta = 1$, donde la densidad de la Weibull se escribe como

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} t^{\beta-1} \exp\left\{ -\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \right\}.$$

Se quiere saber:

(a) Tiempo medio que tardaremos en conectarnos en ambos tipos de día;

(b) Calcula, para ambos tipos de día, la probabilidad de tardar más de 10 segundos en realizar la conexión

(c) Si llevamos ya 5 segundos esperando a que se efectué la conexión, ¿cual es la probabilidad de que la conexión se demore aun 10 segundos más?

(d) ¿Era de esperar el resultado que se obtiene en (c)?.

Solución:

L = laborable; F= fin de semana;

(a) $\mu_L = 14.4$ seg., $\mu_F = 0.24$ seg. ;

(b) $\Pr(T_L > 10) = 0.133$, $\Pr(T_F > 10) \approx 0$;

(c) $\Pr(T_L > 15|T_L > 5) = 0.5845$, $\Pr(T_F > 15|T_F > 5) = \Pr(T_F > 10)$;

(d) El resultado era previsible al ser $\beta_L < 1$;