

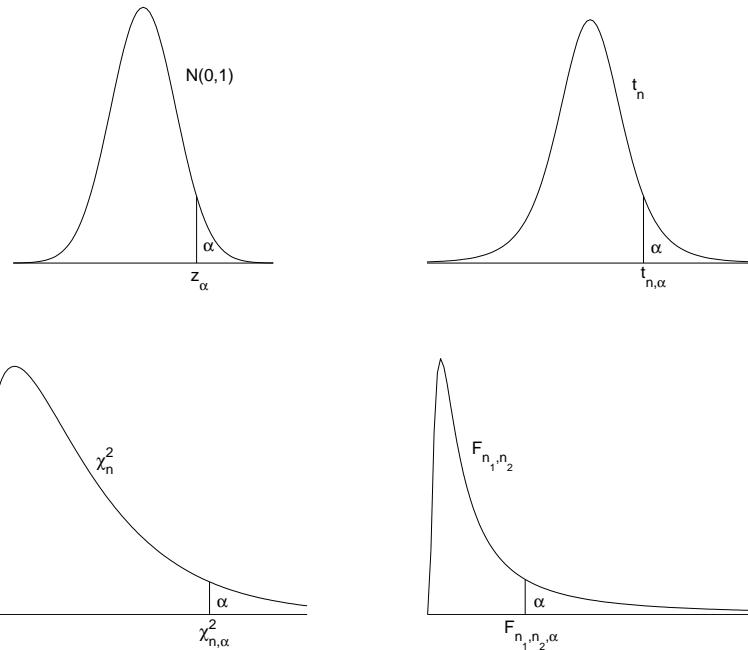
# Estadística I

## Formulario de Intervalos de Confianza y Contraste de hipótesis

*NOTACIÓN:*

Sea  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  una m.a.s. de tamaño  $n$  de  $X$ :

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i & S^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 & \alpha &\equiv \text{nivel de significación.} \\ \bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i & s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 & H_0 &\equiv \text{hipótesis nula}\end{aligned}$$



### INTERVALOS DE CONFIANZA

(1)  $X \sim N(\mu, \sigma)$ .

- Intervalos de confianza para  $\mu$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

a)  $\sigma$  conocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[ \bar{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

b)  $\sigma$  desconocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[ \bar{x} \mp t_{n-1; \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- Intervalo de confianza  $1 - \alpha$  para  $\sigma^2$ :

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[ \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1; \alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1; 1-\alpha/2}} \right]$$

(2)  $X \sim B(1, p)$  (muestras grandes).

- Intervalo de confianza para  $p$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

$$IC_{1-\alpha}(p) = \left[ \hat{p} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right], \text{ donde } \hat{p} = \bar{x}.$$

(3)  $X \sim Poisson(\lambda)$  (muestras grandes).

- Intervalo de confianza para  $\lambda$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

$$IC_{1-\alpha}(\lambda) = \left[ \widehat{\lambda} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{\lambda}/n} \right], \text{ donde } \widehat{\lambda} = \bar{x}.$$

(4)  $X$  con distribución desconocida y  $E[X] = \mu$ ,  $Var[X] = \sigma^2$  (muestras grandes).

- Intervalos de confianza para  $\mu$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

a)  $\sigma$  conocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[ \bar{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

b)  $\sigma$  desconocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[ \bar{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- Intervalo de confianza para  $\lambda$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

$$IC_{1-\alpha}(\lambda) = \left[ \widehat{\lambda} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{\lambda}/n} \right], \text{ donde } \widehat{\lambda} = \bar{x}.$$

(5) Dos poblaciones normales e independientes.

$X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ ;  $(X_1, \dots, X_{n_1})$  m.a.s. de  $X$ ; se calcula  $\bar{x}$  y  $s_1^2$ .

$Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$ ;  $(Y_1, \dots, Y_{n_2})$  m.a.s. de  $Y$ ; se calcula  $\bar{y}$  y  $s_2^2$ .

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- Intervalos de confianza para  $\mu_1 - \mu_2$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

a)  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  conocidas:

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[ \bar{x} - \bar{y} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2} \right]$$

b)  $\sigma_1, \sigma_2$  desconocidas y  $\sigma_1 = \sigma_2$ :

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[ \bar{x} - \bar{y} \mp t_{n_1+n_2-2; \alpha/2} s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2} \right]$$

c)  $\sigma_1, \sigma_2$  desconocidas y  $\sigma_1 \neq \sigma_2$ :

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[ \bar{x} - \bar{y} \mp t_{f; \alpha/2} \sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2} \right]$$

donde  $f$  es el entero más próximo a  $\frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$ .

- Intervalo de confianza para  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

$$IC_{1-\alpha}(\sigma_1^2/\sigma_2^2) = \left[ \frac{s_1^2/s_2^2}{F_{n_1-1, n_2-1; \alpha/2}}, \frac{s_1^2}{s_2^2} F_{n_2-1, n_1-1; \alpha/2} \right]$$

(6) Comparación de proporciones (muestras grandes e independientes).

$X \sim B(1, p_1)$ ;  $(X_1, \dots, X_{n_1})$  m.a.s. de  $X$ .

$Y \sim B(1, p_2)$ ;  $(Y_1, \dots, Y_{n_2})$  m.a.s. de  $Y$ .

- Intervalo de confianza para  $p_1 - p_2$  al nivel de confianza  $1 - \alpha$ :

$$IC_{1-\alpha}(p_1 - p_2) = \left[ \widehat{p}_1 - \widehat{p}_2 \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\widehat{p}_1(1 - \widehat{p}_1)}{n_1} + \frac{\widehat{p}_2(1 - \widehat{p}_2)}{n_2}} \right], \text{ donde } \widehat{p}_1 = \bar{x} \text{ y } \widehat{p}_2 = \bar{y}.$$

## CONTRASTE DE HIPÓTESIS

*CONTRASTES EN UNA POBLACIÓN:*

(1)  $X \sim N(\mu, \sigma)$ .

a) Contrastos para  $\mu$  con  $\sigma$  conocida ( $H_0 : \mu = \mu_0$ ,  $H_0 : \mu \leq \mu_0$  y  $H_0 : \mu \geq \mu_0$ ):

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1).$$

b) Contrastos para  $\mu$  con  $\sigma$  desconocida ( $H_0 : \mu = \mu_0$ ,  $H_0 : \mu \leq \mu_0$  y  $H_0 : \mu \geq \mu_0$ ):

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \stackrel{H_0}{\sim} t_{n-1}.$$

c) Contrastos para  $\sigma$  ( $H_0 : \sigma = \sigma_0$ ,  $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$  y  $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ ):

$$\chi^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} S^2 \stackrel{H_0}{\sim} \chi^2_{n-1}.$$

(2)  $X \sim B(1, p)$  (muestras grandes).

• Contrastos para  $p$  ( $H_0 : p = p_0$ ,  $H_0 : p \leq p_0$  y  $H_0 : p \geq p_0$ ):

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1).$$

donde  $\hat{p} = \bar{X}$ .

(3)  $X \sim Poisson(\lambda)$  (muestras grandes).

• Contrastos para  $\lambda$  ( $H_0 : \lambda = \lambda_0$ ,  $H_0 : \lambda \leq \lambda_0$  y  $H_0 : \lambda \geq \lambda_0$ ):

$$Z = \frac{\hat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\lambda_0/n}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1).$$

donde  $\hat{\lambda} = \bar{X}$ .

(4)  $X$  con distribución desconocida y  $E[X] = \mu$ ,  $Var[X] = \sigma^2$  (muestras grandes).

a) Contrastos para  $\mu$  con  $\sigma$  conocida ( $H_0 : \mu = \mu_0$ ,  $H_0 : \mu \leq \mu_0$  y  $H_0 : \mu \geq \mu_0$ ):

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1).$$

b) Contrastos para  $\mu$  con  $\sigma$  desconocida ( $H_0 : \mu = \mu_0$ ,  $H_0 : \mu \leq \mu_0$  y  $H_0 : \mu \geq \mu_0$ ):

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1).$$

*CONTRASTES EN DOS POBLACIONES INDEPENDIENTES:*

(5) Dos poblaciones normales e independientes.

$X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ ;  $(X_1, \dots, X_{n_1})$  m.a.s. de  $X$ ; media y varianza muestrales  $\bar{X}$  y  $S_1^2$ .

$Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$ ;  $(Y_1, \dots, Y_{n_2})$  m.a.s. de  $Y$ ; media y varianza muestrales  $\bar{Y}$  y  $S_2^2$ .

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

a) Contrastos para  $\mu_1 - \mu_2$  con  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  conocidas ( $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ ,  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$  y  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$ ):

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1).$$

b) Contrastos para  $\mu_1 - \mu_2$  con  $\sigma_1 = \sigma_2$  y desconocidas ( $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ ,  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$  y  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$ ):

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - d_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \stackrel{H_0}{\sim} t_{n_1+n_2-2}.$$

c) Contrastos para  $\mu_1 - \mu_2$  con  $\sigma_1 \neq \sigma_2$  y desconocidas ( $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ ,  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$  y  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$ ):

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - d_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \stackrel{H_0}{\sim} t_f,$$

donde  $f = \text{entero m\'as pr\'oximo a } \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}.$

d) Contrastos para  $\sigma_1/\sigma_2$  ( $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ ,  $H_0 : \sigma_1 \leq \sigma_2$  y  $H_0 : \sigma_1 \geq \sigma_2$ ):

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \stackrel{H_0}{\sim} F_{n_1-1, n_2-1}.$$

(6) Comparaci\'on de proporciones (muestras grandes e independientes).

$X \sim B(1, p_1)$ ;  $(X_1, \dots, X_{n_1})$  m.a.s. de  $X$ .

$Y \sim B(1, p_2)$ ;  $(Y_1, \dots, Y_{n_2})$  m.a.s. de  $Y$ .

• Contrastos para  $p_1 - p_2$  ( $H_0 : p_1 - p_2 = d_0$ ,  $H_0 : p_1 - p_2 \leq d_0$  y  $H_0 : p_1 - p_2 \geq d_0$ ):

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1),$$

donde  $\hat{p}_1 = \bar{X}$  y  $\hat{p}_2 = \bar{Y}$ .