

Práctica 3: Procesos autorregresivos. Series Temporales. Diplomatura en Estadística. 2009/2010

1. Escribe una función que genere trayectorias de longitud n de un proceso autorregresivo de orden 1 en el que el ruido blanco es normal de varianza σ^2 .
2. Con ayuda de la función del ejercicio anterior, genera y representa trayectorias de longitud 1000 de un proceso AR(1) para distintos valores del parámetro ϕ_1 y de σ^2 . ¿Qué diferencias observas? ¿En qué casos el proceso AR(1) es estacionario?
3. Escribe una función que genere trayectorias de longitud n de un proceso autorregresivo de orden 2 y que tenga como parámetros las raíces del polinomio $\phi(x) = 1 - \phi_1x - \phi_2x^2$ que define el proceso y la varianza del ruido blanco, σ^2 , que será considerado normal. Para ello escribe primero la expresión de los coeficientes ϕ_1 y ϕ_2 en función de las raíces del $\phi(x)$.
4. Utiliza la función del ejercicio anterior para generar y representar trayectorias de longitud 1000 de un proceso AR(2) para distintos valores de las raíces del polinomio ϕ . ¿Qué diferencias observas? ¿En qué casos el proceso AR(2) es estacionario?
5. Calcula las primeras cinco ($h = 0, \dots, 4$) autocorrelaciones teóricas de un proceso AR(2) estacionario.
6. Considera el proceso AR(2) $\phi(B)X_t = Z_t$, $t \in \mathbb{Z}$, $Z_t \sim N(0, 4)$ i.i.d., donde las raíces de $\phi(x)$ son $r_1 = 1,2$ y $r_2 = -2$. Utiliza el resultado del ejercicio anterior para calcular las tres primeras ($h = 0, \dots, 2$) autocorrelaciones teóricas de este proceso y escribe una función que calcule $\rho_X(h)$, $h > 2$.
Genera y representa una trayectoria de longitud 1000 del proceso, y representa la función de autocorrelación empírica de dicha trayectoria junto con la función de autocorrelación teórica calculada. Compara los resultados.
7. La función `cpar.m` calcula la función de autocorrelación parcial empírica de una serie temporal. Los parámetros de entrada son la función de autocovarianza empírica de la serie y el retardo hasta el cual queremos calcular la función de autocorrelación parcial. Repite los ejercicios 2 y 4 representando ahora para cada trayectoria su función de autocorrelación empírica y su función de autocorrelación empírica parcial, junto con las bandas de confianza al 95 % bajo la hipótesis de ruido blanco. Interpreta los resultados.