

Estadística I

Tema 4: Variables aleatorias multidimensionales

Grado en Administración de Empresas 08/09

1. Una urna contiene una bola azul y dos bolas rojas. Se escoge una bola de la urna, anotando el color y volviendo a meterla en la urna. El experimento se repite tres veces. Sea I_k la variable aleatoria

$$I_k = \begin{cases} 1 & \text{si la bola } k\text{-ésima es azul} \\ 2 & \text{si la bola } k\text{-ésima es roja} \end{cases}$$

Consideramos las variables aleatorias:

$$X = \sum_{i=1}^3 I_i \quad Y = \min\{I_1, I_2, I_3\}$$

- ¿Qué valores puede tomar la variable X ? ¿Y la variable Y ?
 - Calcula la función de probabilidad de X .
 - ¿Qué valores puede tomar la variable bidimensional (X, Y) ?
 - Calcula la función de probabilidad conjunta de (X, Y) .
 - Calcula la función de probabilidad marginal de Y .
 - Calcula $E[X]$, $V[X]$ y la desviación típica de X .
 - Repite el apartado anterior para Y .
 - ¿Son X e Y variables independientes? ¿por qué?
 - Calcula la covarianza entre X e Y .
 - Encuentra la distribución de Y condicionada a que $X = 3$. Calcula su correspondiente esperanza y varianza.
 - Calcula $E[X - Y]$.
2. En el proceso de producción de un producto químico, la proporción en que un componente aparece en la fórmula, X , y el tiempo total de elaboración del producto (en minutos), Y , tienen función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2xe^{-y} & \text{si } 0 \leq x \leq 1, y \geq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Halla las funciones de densidad marginales de X e Y .
- ¿Son independientes X e Y ? ¿Por qué?
- Calcula la probabilidad de que la proporción del citado componente sea inferior a 0.3, cuando el tiempo de fabricación ha sido de 0.8 minutos.