Examen Extraordinario. 9 de septiembre de 2010

Series Temporales. 3er curso de la Diplomatura en Estadística

Nombre y NIU:
INSTRUCCIONES: El examen consta de dos partes. En la primera, no está permitido el uso del ordenador ni de ningún otro material. Transcurridos **45 minutos** desde el inicio del examen, o antes si así se deseara, se entregará la primera hoja, pudiendo entonces encender el ordenador y utilizar el material desarrollado en las clases de prácticas. **DURACIÓN TOTAL:** 3 horas

PRIMERA PARTE: 4 puntos (a constestar directamente sobre la rejilla al final de la hoja)
En cada pregunta elige una de las posibles respuestas. Sólo una de las posibles respuestas es correcta.

1. Dados los procesos $X_t = e^t \cdot \varepsilon_t$, $t \geq 1$, con $\varepsilon_t \sim WN(0,1)$, e $Y_t = \log(X_t)$, $t \geq 1$:

   a) $\{X_t\}_{t\geq 1}$ es un proceso débilmente estacionario.
   b) $\{Y_t\}_{t\geq 1}$ es un proceso estacionario (en sentido estricto).
   c) $\{\nabla X_t\}_{t\geq 2}$ es un proceso estacionario (en sentido estricto).
   d) $\{\nabla Y_t\}_{t\geq 2}$ es un proceso débilmente estacionario.

2. Sea $\{X_t\}_{t\geq 1}$ un proceso débilmente estacionario, con función de medias $\mu_X(t) = \mu, t \geq 1$, y función de autocovarianza $\gamma_X(h), h \geq 0$. Considera el estimador media muestral $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ (para realizaciones de longitud n).

   a) $\overline{X}$ es siempre un estimador consistente de μ.
   b) $\overline{X}$ no es siempre un estimador insesgado de μ.
   c) $\overline{X}$ es un estimador consistente de μ si $\gamma_X(h) = 0, h \geq 1$.
   d) ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta.

3. En la siguiente tabla aparecen los seis primeros valores de la función de autocovarianza empírica, de la función de autocorrelación empírica y de la función de autocorrelación parcial empírica, calculados para cierta serie temporal de 200 valores:

Retardo	0	1	2	3	4	5
Autocovarianza Empírica	21.2062	12.4080	7.2429	5.8033	3.6999	2.7315
Autocorrelación Empírica	1.0000	0.5851	0.3415	0.2737	0.1745	0.1288
Autocorrelación Parcial Empírica	1.0000	0.5851	-0.0012	0.1130	-0.0446	0.0363

   A partir de estos datos, se decide que un modelo plausible para el proceso que supuestamente habría generado dicha serie es $X_t = \phi_1 X_{t-1} + Z_t$, con $Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

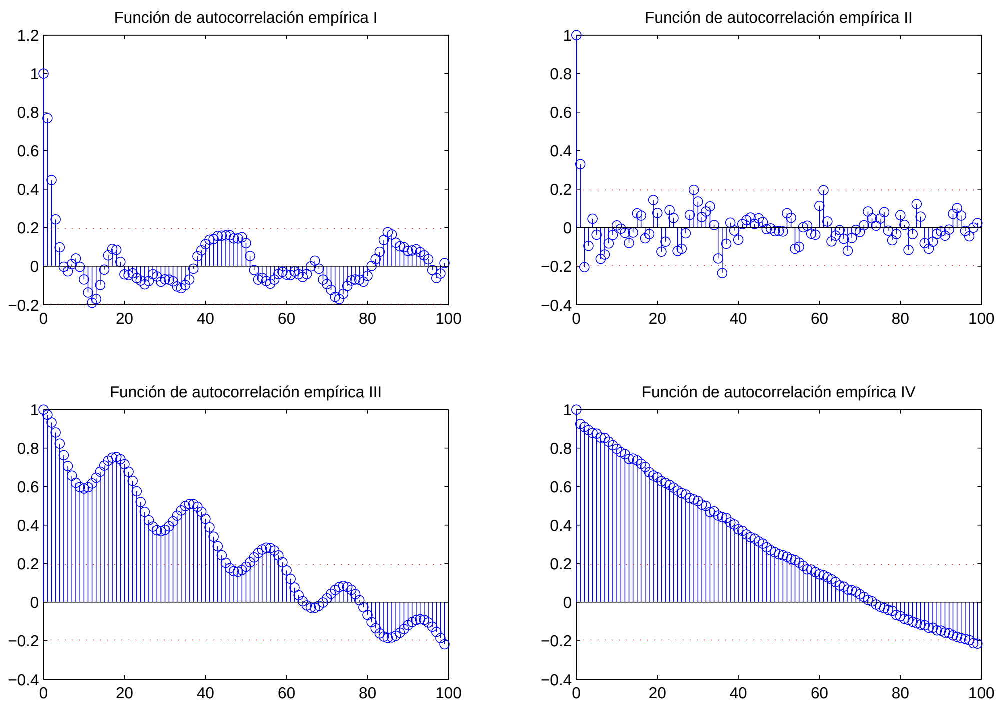
   a) A partir del algoritmo de Yule-Walker, la estimación de los parámetros es $\hat{\phi}_1 = 0{,}5851$ y $\hat{\sigma}^2 = 13{,}9463$.
   b) A partir del algoritmo de Yule-Walker, la estimación de los parámetros es $\hat{\phi}_1 = 1{,}7091$ y $\hat{\sigma}^2 = 1{,}0131$.

c) No podemos aplicar el algoritmo de Yule-Walker a partir de los datos proporcionados.

d) El modelo propuesto no es adecuado. Un modelo plausible en este caso sería $X_t = \theta_1 Z_{t-1} + Z_t$, con $Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$.

4. Considera los cuatro procesos estocásticos siguientes (1 a 4) y las cuatro funciones de autocorrelación empíricas (I a IV) calculadas a partir de realizaciones de cada uno de estos procesos.

   1. $X_t = 300 - 0{,}3t + 10sen(t/3) + Z_t$ con $Z_t \sim WN(0, 1)$.
   2. $X_t = 0{,}6X_{t-1} + 0{,}6Z_{t-1} + Z_t$ con $Z_t \sim WN(0, 4^2)$.
   3. $X_t = 0{,}6Z_{t-1} + Z_t$ con $Z_t \sim WN(0, 1)$.
   4. $X_t = 0{,}2t + Z_t$ con $Z_t \sim WN(0, 3^2)$.



La correspondencia entre los procesos y las funciones de autocorrelación empíricas es:

a) 1-I, 2-IV, 3-II y 4-III.

b) 1-IV, 2-III, 3-I y 4-II.

c) 1-III, 2-I, 3-II y 4-IV.

d) 1-II, 2-I, 3-III y 4-IV.

En la siguiente rejilla, marca con una X una única respuesta para cada una de las preguntas anteriores. Respuesta correcta = **1 pto.**, Pregunta no contestada= **0 pts.**, Respuesta incorrecta = **-1/3 pts.**

	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Examen Extraordinario. 9 de septiembre de 2010

Series Temporales. 3er curso de la Diplomatura en Estadística

Nombre y NIU:
INSTRUCCIONES: El examen consta de dos partes. En la primera, no está permitido el uso del ordenador ni de ningún otro material. Transcurridos **45 minutos** desde el inicio del examen, o antes si así se deseara, se entregará la primera hoja, pudiendo entonces encender el ordenador y utilizar el material desarrollado en las clases de prácticas. **DURACIÓN TOTAL:** 3 horas

SEGUNDA PARTE: 6 puntos (para resolver con ayuda del ordenador)
La serie del fichero `9sept.txt`, x_t, $t = 1, \ldots, n$, es una realización de un proceso estocástico $X_t = m_t + \varepsilon_t$, donde $m_t = a + b\, sen(2\pi t/\ell + \theta)$ es la parte determinista y ε_t es un proceso estacionario de media cero.

a) (1 punto) Representa la serie, su función de autocorrelación empírica y su periodograma, y haz todos los comentarios pertinentes sobre la serie a partir de estos gráficos. Identifica el periodo ℓ.

b) (1 punto) Estima los parámetros a, b y θ por el método de mínimos cuadrados.

c) (1 punto) Retira la tendencia estimada, $\hat{m}_t$, a la serie original y representa los residuos, $e_t = x_t - \hat{m}_t$, así como su función de autocorrelación empírica y su función de autocorrelación parcial empírica. ¿Qué tipo de proceso podría ser ε_t?

d) (1 punto) Estima los parámetros del proceso considerado en el apartado anterior para modelizar los residuos.

e) (1 punto) Con el modelo elegido y los parámetros estimados para modelizar ε_t, realiza la predicción a un paso $\tilde{e}_{t+1} = P_t e_{t+1}$, $t = 2, \ldots, n$. Analiza los residuos estandarizados de esta predicción, $\dfrac{e_t - \tilde{e}_t}{\hat{\sigma}}$, donde $\hat{\sigma}$ es la estimación de la desviación típica de ε_t, y concluye sobre el modelo propuesto para ε_t.

f) (1 punto) Recopilando la información obtenida en los apartados anteriores, propón un modelo para la serie original.