

**Examen Extraordinario. 28 de mayo de 2010**  
**Series Temporales. 3er curso de la Diplomatura en Estadística**

**Nombre y NIU:**

**INSTRUCCIONES:** El examen consta de dos partes. En la primera, no está permitido el uso del ordenador ni de ningún otro material. Transcurridos **45 minutos** desde el inicio del examen, o antes si así se deseara, se entregará la primera hoja, pudiendo entonces encender el ordenador y utilizar el material desarrollado en las clases de prácticas.

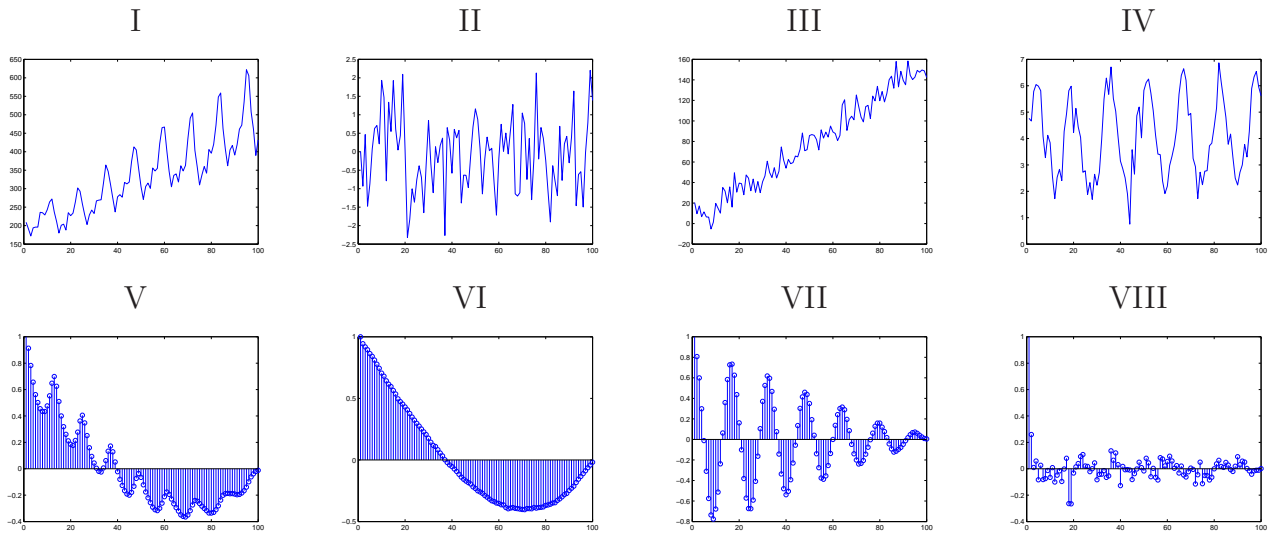
**DURACIÓN TOTAL:** 3 horas

**PRIMERA PARTE: 3 puntos** (A constestar directamente sobre la rejilla al final de la hoja)  
En cada pregunta elige una de las posibles respuestas. Sólo una de las posibles respuestas es correcta.

1. Dado el proceso  $X_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$ ,  $t \geq 1$ , con  $\varepsilon_t \sim WN(0, 1)$  con  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $\beta \neq 0$ :
  - a)  $\{X_t\}_{t \geq 1}$  es un proceso débilmente estacionario.
  - b)  $\{X_t\}_{t \geq 1}$  es un proceso estacionario (en sentido estricto).
  - c)  $\{\nabla X_t\}_{t \geq 2}$  es un proceso débilmente estacionario.
  - d) ninguna de las anteriores es correcta.
2. Considera el paseo aleatorio  $X_t = \sum_{n=1}^t \varepsilon_n$ ,  $t \geq 1$ , con  $\varepsilon_n \sim WN(0, \sigma^2)$ ,  $n \geq 1$ . La función de medias,  $\mu_X(t)$ , y la función de autocovarianzas,  $\gamma_X(s, t)$ , de este proceso son:
  - a)  $\mu_X(t) = 0$ ,  $\forall t$ , y  $\gamma_X(s, t) = \sqrt{\frac{s}{t}}$ ,  $\forall s, t$ .
  - b)  $\mu_X(t) = 0$ ,  $\forall t$ , y  $\gamma_X(s, t) = \sqrt{\frac{s}{t}}$ ,  $\forall s < t$ ,  $\gamma_X(t, t) = t\sigma^2$ .
  - c)  $\mu_X(t) = t$ ,  $\forall t$ , y  $\gamma_X(s, t) = \sqrt{\frac{s}{t}}$ ,  $\forall s, t$ .
  - d)  $\mu_X(t) = t$ ,  $\forall t$ , y  $\gamma_X(s, t) = \sqrt{\frac{s}{t}}$ ,  $\forall s < t$ ,  $\gamma_X(t, t) = t\sigma^2$ .
3. Considera el proceso  $X_t = s_t + \varepsilon_t$ ,  $t \geq 1$ , con  $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ , donde  $s_t$  es una función determinista periódica de periodo  $\ell$ . El proceso  $\{\nabla^\ell X_t\}_{t \geq \ell+1}$ :
  - a) no tiene ninguna componente estacional y su función de varianzas es la misma que la de  $\{X_t\}_{t \geq 1}$ .
  - b) tiene una componente estacional de periodo distinto que  $\ell$  y su función de varianzas es la misma que la de  $\{X_t\}_{t \geq 1}$ .
  - c) no tiene ninguna componente estacional y su función de varianzas es distinta que la de  $\{X_t\}_{t \geq 1}$ .
  - d) no podemos afirmar nada sobre la función de varianzas de este proceso.

4. Considera los gráficos de las realizaciones de cuatro procesos estocásticos (I a IV), y de sus posibles funciones de autocorrelación empíricas (V a VIII). La correspondencia entre estas gráficas es:

- a) I-VII, II-VIII, III-V y IV-VI.
- b) I-V, II-VII, III-VIII y IV-VI.
- c) I-VI, II-VIII, III-V y IV-VII.
- d) I-V, II-VIII, III-VI y IV-VII.



En la parrilla siguiente, marca con una X una única respuesta para cada una de las preguntas anteriores.

Respuesta correcta = 0.75 puntos, Pregunta no contestada= 0 puntos, Respuesta incorrecta = -0.3 puntos.

	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

**Examen Extraordinario. 28 de mayo de 2010**  
**Series Temporales. 3er curso de la Diplomatura en Estadística**

**Nombre y NIU:**

**INSTRUCCIONES:** El examen consta de dos partes. En la primera, no está permitido el uso del ordenador ni de ningún otro material. Transcurridos **45 minutos** desde el inicio del examen, o antes si así se deseara, se entregará la primera hoja, pudiendo entonces encender el ordenador y utilizar el material desarrollado en las clases de prácticas.

**DURACIÓN TOTAL:** 3 horas

**SEGUNDA PARTE: 7 puntos** (para resolver con ayuda del ordenador)

La serie del fichero `28mayo.txt`,  $x_t$ ,  $t = 1, \dots, n$ , es una realización de un proceso estocástico  $X_t = m_t + \varepsilon_t$ , donde  $m_t = a + b \sin(2\pi t/\ell + \theta)$  es la parte determinista y  $\varepsilon_t$  es un proceso estacionario de media cero.

- a) (1 punto) Representa la serie, su función de autocorrelación empírica y su periodograma, y haz todos los comentarios pertinentes sobre la serie a partir de estos gráficos.
- b) (1 punto) Identifica el periodo  $\ell$ .
- c) (1 punto) Estima los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $\theta$  por el método de mínimos cuadrados.
- d) (1 punto) Retira la tendencia estimada,  $\hat{m}_t$ , a la serie original y representa los residuos,  $e_t = x_t - \hat{m}_t$ , así como su función de autocorrelación empírica y su función de autocorrelación parcial empírica. ¿Qué tipo de proceso podría ser  $\varepsilon_t$ ?
- e) (1 punto) Estima los parámetros del proceso considerado en el apartado anterior para modelizar los residuos.
- f) (1 punto) Con el modelo elegido y los parámetros estimados para modelizar  $\varepsilon_t$ , realiza la predicción a un paso  $\tilde{e}_{t+1} = P_t e_{t+1}$ ,  $t = 2, \dots, n$ . Analiza los residuos estandarizados de esta predicción,  $\frac{e_t - \tilde{e}_t}{\hat{\sigma}^2}$ , donde  $\hat{\sigma}^2$  es la estimación de la varianza de  $\varepsilon_t$ , y concluye sobre el modelo propuesto para  $\varepsilon_t$ .
- g) (1 punto) Recopilando la información obtenida en los apartados anteriores, propón un modelo para la serie original.