

### Práctica 3: Procesos autorregresivos. Series Temporales. Diplomatura en Estadística. 2009/2010

1. Escribe una función que genere trayectorias de longitud  $n$  de un proceso autorregresivo de orden 1 en el que el ruido blanco es normal de varianza  $\sigma^2$ .
2. Con ayuda de la función del ejercicio anterior, genera y representa trayectorias de longitud 1000 de un proceso AR(1) para distintos valores del parámetro  $\phi_1$  y de  $\sigma^2$ . ¿Qué diferencias observas? ¿En qué casos el proceso AR(1) es estacionario?
3. Escribe una función que genere trayectorias de longitud  $n$  de un proceso autorregresivo de orden 2 y que tenga como parámetros las raíces del polinomio  $\phi(x) = 1 - \phi_1x - \phi_2x^2$  que define el proceso y la varianza del ruido blanco,  $\sigma^2$ , que será considerado normal. Para ello escribe primero la expresión de los coeficientes  $\phi_1$  y  $\phi_2$  en función de las raíces del  $\phi(x)$ .
4. Utiliza la función del ejercicio anterior para generar y representar trayectorias de longitud 1000 de un proceso AR(2) para distintos valores de las raíces del polinomio  $\phi$ . ¿Qué diferencias observas? ¿En qué casos el proceso AR(2) es estacionario?
5. Calcula las primeras cinco ( $h = 0, \dots, 4$ ) autocorrelaciones teóricas de un proceso AR(2) estacionario.
6. Considera el proceso AR(2)  $\phi(B)X_t = Z_t$ ,  $t \in \mathbb{Z}$ ,  $Z_t \sim N(0, 4)$  i.i.d., donde las raíces de  $\phi(x)$  son  $r_1 = 1,2$  y  $r_2 = -2$ . Utiliza el resultado del ejercicio anterior para calcular las tres primeras ( $h = 0, \dots, 2$ ) autocorrelaciones teóricas de este proceso y escribe una función que calcule  $\rho_X(h)$ ,  $h > 2$ .  
Genera y representa una trayectoria de longitud 1000 del proceso, y representa la función de autocorrelación empírica de dicha trayectoria junto con la función de autocorrelación teórica calculada. Compara los resultados.
7. La función `cpar.m` calcula la función de autocorrelación parcial empírica de una serie temporal. Los parámetros de entrada son la función de autocovarianza empírica de la serie y el retardo hasta el cual queremos calcular la función de autocorrelación parcial. Repite los ejercicios 2 y 4 representando ahora para cada trayectoria su función de autocorrelación empírica y su función de autocorrelación empírica parcial, junto con las bandas de confianza al 95 % bajo la hipótesis de ruido blanco. Interpreta los resultados.