

Examen Parcial. 11 de noviembre de 2009
Series Temporales. 3er curso de la Diplomatura en Estadística

INSTRUCCIONES: El examen consta de dos partes. En la primera, no está permitido el uso del ordenador ni de ningún otro material. Transcurridos 35 minutos desde el inicio del examen, o en el momento en que se haya finalizado, se entregarán los ejercicios correspondientes, pudiendo entonces encender el ordenador y utilizar el material desarrollado en las clases de prácticas.

DURACIÓN TOTAL: 1 hora y 45 minutos.

PRIMERA PARTE: (para resolver a mano. Duración: 35 minutos)

1. **(3.5 puntos)**

- a) Define la estacionaridad débil para un proceso estocástico.
 - b) Dado el proceso $X_t = A \sin(\pi t/4 + \theta) + \varepsilon_t$, $t \in \mathbb{N}$, donde $\varepsilon_t \sim WN(0, 1)$ (ruido blanco con esperanza 0 y varianza 1) y A y θ son constantes desconocidas, razona si es débilmente estacionario.
 - c) Considera el proceso $\{\nabla_d X_t = X_t - X_{t-d}\}_{t \in \mathbb{N}}$, para el proceso $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ del apartado anterior. ¿Para qué valores de d es $\nabla_d X_t$ débilmente estacionario?
2. **(1.5 puntos)** Considera el siguiente proceso AR(1): $X_t = \phi_1 X_{t-1} + Z_t$, $t \in \mathbb{Z}$, $Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$. La representación $MA(\infty)$ de dicho proceso es $X_t = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_1^i Z_{t-i}$, y su función de autocovarianzas es $\gamma_X(h) = \frac{\sigma^2 \phi_1^h}{1 - \phi_1^2}$, $h \geq 0$.
- a) Calcula la función de medias de dicho proceso.
 - b) Calcula la función de autocorrelación de dicho proceso.

SEGUNDA PARTE: (para resolver con ayuda del ordenador. Duración: 1 hora y 10 minutos)

3. **(1.5 puntos)**

- a) Simula y representa 5 trayectorias de longitud 100 del siguiente proceso $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$, donde $\varepsilon_t \sim WN(0, 1)$ (ruido blanco con esperanza 0 y varianza 1), para $\phi_1 = 0,1$ y $\phi_1 = -1,5$.
 - b) ¿Qué diferencias observas? ¿a qué se deben?
4. **(3.5 puntos)** Considera la serie que se encuentra en el fichero `ej4.txt`.
- a) Representa la serie, su función de autocorrelación empírica y su periodograma. Analiza las características de la serie a partir de estos gráficos.
 - b) Estima un modelo que describa la serie de la forma más completa posible. Detalla y justifica los métodos que utilizas y analiza los resultados.