

LEC/LADE/LEC-DER/LADE-DER/LEC-PERIODISMO

CURSO 2008/09

EXAMEN DE ESTADÍSTICA I

3 de Septiembre de 2009

TIEMPO MÁXIMO = 3h

1. **(2.5 puntos)** Se observa el porcentaje de calcio en dientes sanos de 10 individuos de una especie animal y se obtiene una media de 35.67 y una cuasivarianza de 0.2868. Asumiendo normalidad,
 - (a) **(0.75 puntos)** acotar el p-valor para contrastar la hipótesis nula de que el porcentaje medio de calcio es igual a 36,
 - (b) **(0.5 puntos)** ¿hay evidencia estadística para aceptar que el porcentaje medio de calcio es igual a 36? Razonar la respuesta,
 - (c) **(0.75 puntos)** calcula un intervalo de confianza del 95% para la varianza de dicho porcentaje,
 - (d) **(0.5 puntos)** ¿hay evidencia estadística para aceptar que la varianza de dicho porcentaje es igual a 1.5? Razonar la respuesta.

2. **(2.5 puntos)** Se elige una muestra aleatoria simple de 1000 personas para determinar la dependencia entre la edad y el voto a tres partidos políticos. Cada persona se clasifica por su edad y por haber votado al partido A, B o C, obteniendo la tabla de contingencia siguiente:

		P. Político			Total
		A	B	C	
Edad	Menor de 30 años	200	75	25	300
	Entre 30 y 50 años	150	125	75	350
	Mayor de 50 años	100	150	100	350
Total		450	350	200	1000

Se pide:

- (a) **(1.25 puntos)** Indicando los pasos a seguir, resolver un contraste de hipótesis que determine si la edad y el voto a dichos partidos son dependientes o no.
- (b) **(1.25 puntos)** Excluyendo a las personas de más de 30 años y menores de 50 años, repetir el contraste del apartado anterior.

3. **(2.5 puntos)** Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \lambda^2 x e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

donde $\lambda > 0$.

- (a) **(1.25 puntos)** Demostrar que el estimador máximo-verosímil de λ para una muestra aleatoria simple de tamaño n es

$$\hat{\lambda}_{MV} = 2/\bar{x}.$$

- (b) **(0.5 puntos)** Mediante un muestreo aleatorio simple se han observado los siguientes diez valores:

7 5 31 18 9 22 45 11 36 27

Obtener la estimación máximo-verosímil de λ para esta muestra.

- (c) **(0.75 puntos)** Para la muestra del apartado anterior, calcular la varianza asintótica del estimador de máxima verosimilitud de λ .
4. **(2.5 puntos)**. Según un estudio realizado durante la primera mitad de 2008, el precio del metro cuadrado de vivienda de nueva construcción en cierta zona de madrid es una variable aleatoria X con distribución normal de media $\mu = 3500$ euros y desviación típica $\sigma = 200$ euros. Una pareja de recién casados seleccionaron al azar una muestra aleatoria simple de $n = 10$ pisos de dicha zona y preguntaron por el precio del metro cuadrado de cada piso.

- (a) **(1 punto)** Deducir la distribución de la media muestral del precio por metro cuadrado (\bar{X}). Demostrar además que

$$E(\bar{X}) = \mu, \quad \text{y} \quad V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}.$$

- (b) **(1 punto)** Si se selecciona un minipiso de 50 metros cuadrados, ¿cuál es la probabilidad de que cueste más de 200000 euros?
- (c) **(0.5 puntos)** Usando el valor esperado y varianza obtenidos dados en (a), demuestre que \bar{X}^2 es un estimador sesgado de μ^2 . Pista: Recuerde que para cualquier variable aleatoria Y se verifica que $V[Y] = E[Y^2] - E[Y]^2$.

NOTA: Las notas de cada grupo serán publicadas por cada profesor el 10 de septiembre en Aula Global con las correspondientes instrucciones para solicitar revisión .