

Estadística I

Tema 8: Contraste de hipótesis

Grado en Administración de Empresas 08/09

1. El tiempo en minutos que dura un viaje en tren entre dos ciudades A y B, es una variable aleatoria normal con varianza 16. Se ha extraído una muestra aleatoria simple de 10 viajes, obteniendo los siguientes tiempos:

50 70 55 60 62 69 60 72 58 62

- a) ¿Entre qué valores se encontrará la verdadera media, μ , del tiempo que dura el viaje en tren de A a B, a un nivel de confianza al 95 %?
- b) Se desea realizar el contraste

$$H_0 : \mu = 60$$

$$H_1 : \mu \neq 60$$

Utilizando el resultado obtenido en el apartado a), ¿se rechaza la hipótesis nula con $\alpha = 0,05$? Razona la respuesta.

- c) Sin realizar ningún cálculo, ¿podríamos contestar al apartado c) pero ahora para $\alpha = 0,01$? Razona la respuesta.

2. Los defensores de un nuevo molino de viento afirman que la potencia diaria que puede generar es una variable aleatoria (X) cuya media es al menos 800 Kw. Se asume que X es normal con desviación típica 120 Kw. Para realizar un contraste de la hipótesis mantenida por los defensores del nuevo molino, se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 100 y se obtiene una media muestral igual a 776 Kw.

Calcula el p-valor del contraste y enuncia una conclusión sobre el resultado obtenido.

3. La dirección de una revista juvenil que se dirige a un público de entre 16 y 18 años sospecha que la edad media de sus lectores puede estar por debajo de ese rango. Para contrastarlo, se toma una muestra de 100 lectores, obteniendo una media de edad de 17.2 años, y una desviación típica de 2.3 años.

- a) Plantea las hipótesis nula y alternativa y realiza el contraste a un nivel de significación del 5 %.

- b) Calcula el p-valor de este contraste y enuncia una conclusión sobre el resultado obtenido.

4. Se toma una muestra del crecimiento de la oferta hotelera (número de camas), en términos porcentuales, de ocho países mediterráneos en el periodo 2000-2008. Se obtienen los siguientes datos:

4,6 0,1 3,4 9 7,3 0,8 1,6 4,6

- a) Especificando las hipótesis necesarias, determina un intervalo de confianza al 90 % para el valor medio y la desviación típica.

- b) Un informe anterior de Eurostat (Oficina de Estadística de la Unión Europea), preveía que el crecimiento medio en la zona no superaría el 3,5 % (tómese como H_0). Razonar brevemente si esta previsión fue acertada al 95 % de nivel de confianza.

- c) Para el mismo periodo se tomó una muestra del crecimiento de la oferta hotelera en países del Caribe; los datos obtenidos fueron los siguientes:

3,1 2,8 3,9 7,1 6,2 4,3 1,3

Especificando las hipótesis necesarias, determina si es aceptable la afirmación de que el crecimiento medio de la oferta hotelera es igual en ambas zonas turísticas al 99 % de nivel de confianza, suponiendo que la varianza poblacional es la misma en ambas zonas.

5. Sea X la variable “rentabilidad de cierto tipo de fondos de inversión tras una apreciación fuerte del euro con respecto al dolar”. Se considera que la media de esta variable es 15. Un economista afirma que dicha rentabilidad media ha variado, por lo que lleva a cabo un estudio en las condiciones reseñadas anteriormente sobre una muestra de 9 fondos cuya media muestral resulta ser de 15.308 y cuya varianza muestral corregida (cuasivarianza) es 0.193.
- Especificando las hipótesis necesarias, contrasta la afirmación del economista al 5 %.
 - A partir del resultado del apartado anterior, razona si el intervalo de confianza para la media (centrado en \bar{x}) al 95 % contendrá o no al valor 15.
 - Acota el p-valor del contraste (indica entre qué valores se encuentra). Si el contraste se hubiera realizado al 10 %, ¿aceptaríamos la hipótesis de que la media de la rentabilidad es 15 tras una apreciación fuerte del euro con respecto al dolar?. Razona brevemente la respuesta.
6. Un fabricante de pasta indica en el envoltorio que la cantidad de pasta que contiene cada paquete es de 500 gr. Se cree que la desviación típica del peso de los paquetes es de 3 gr. Se toma una muestra de 20 paquetes y para esa muestra se obtiene un peso medio de 498 gr y una desviación típica de 4 gr. Especificando las hipótesis necesarias, responder:
- ¿Hay evidencia de que por término medio los paquetes contienen menos pasta de lo indicado? Según tu conclusión, ¿qué tipo de error podrías estar cometiendo y con qué probabilidad?
 - ¿Es la desviación típica mayor de lo que se cree? Utiliza un nivel de significación del 5 %.
7. Se recogen medidas de polución atmosférica en 10 sitios de una ciudad:

3.3; 1.7; 3.7; 4.6; 2.3; 3.9; 4.3; 1.4; 1.6; 3.6

- Halla un intervalo de confianza al 95 % para la varianza poblacional, mencionando las hipótesis estadísticas que hay que asumir.
 - En otra ciudad se ha recogido también una muestra de diez medidas de polución atmosférica obteniéndose una desviación típica muestral igual a 1.5. Contrasta al 10 % la igualdad de varianzas para la polución atmosférica en estas dos ciudades.
8. En cierto proceso industrial se considera la variable aleatoria X = coste unitario de producción (en euros). Se sabe que esta variable tiene distribución normal con media μ y desviación típica $\sigma = 20$. Se toma una muestra aleatoria de 25 observaciones obteniéndose una media muestral $\bar{x} = 120$.
- A partir de esta información muestral, calcula un intervalo de confianza al 95 % para el coste unitario medio de producción.
Para un nivel de significación $\alpha = 0.1$, ¿se rechaza la hipótesis de que el coste unitario medio sea igual a 112?
 - Ante la sospecha de que la varianza de X está aumentando se calcula la varianza muestral, s^2 , de la muestra anterior y se obtiene un valor igual a 512.12. ¿Existe evidencia muestral al 1 % para rechazar la hipótesis de que $\sigma = 20$?