

ESTADÍSTICA II
EJERCICIOS TEMA 1
CURSO 2009/10

Estimación puntual

1. Una muestra aleatoria simple de precios de una cierta fruta en 9 tiendas ha dado los valores siguientes

2.5 2.1 1.8 2.1 2.3 2.2 2.2 2.0 1.9

Se pide que calcules:

- La media, la varianza y la desviación típica de la muestra.
 - ¿Cuáles de los estimadores empleados en la pregunta anterior son insesgados (para los valores correspondientes de la población)?
 - Emplea un procedimiento de estimación insesgado para estimar la varianza de la media muestral.
 - Emplea un estimador insesgado para estimar la proporción de tiendas en las que el precio de venta de la fruta es inferior a 2.1 euros.
2. Se ha realizado un estudio de mercado con 64 personas, a las que se ha preguntado si estarían dispuestas a comprar dos productos. 36 han contestado afirmativamente para el primer producto, 32 lo han hecho para el segundo y 26 lo han hecho para ambos.

Se pide que:

- Emplees un procedimiento de estimación insesgado para estimar el porcentaje de los consumidores que estarían dispuestos a comprar ambos productos.
 - Emplees un procedimiento de estimación insesgado para estimar el porcentaje de los consumidores que estarían dispuestos a comprar el primer producto pero no el segundo.
 - Indica la varianza del estimador correspondiente a esta segunda pregunta y estima su valor.
3. Si X_1, X_2, X_3 es una muestra aleatoria simple de una población con media μ y desviación típica σ , se define a partir de esta muestra dos estimadores para la media de la población:

$$\hat{\mu}_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + 2X_3}{5}, \quad \hat{\mu}_2 = \frac{X_1 + 3X_2 + X_3}{5}$$

Se pide que:

- Verifique que ambos estimadores son insesgados.
- Determine cuál de los dos estimadores es más eficiente y calcule su eficiencia relativa.
- Encuentre otro estimador insesgado que sea más eficiente que cualquiera de ellos.

Intervalos de confianza para la media - Población normal y varianza conocida

4. Uno de los productos de una empresa es harina en paquetes de 500 gr. Los pesos de estos paquetes en realidad siguen una distribución normal con desviación típica conocida, igual a 8 gr. En un determinado día se ha seleccionado una muestra aleatoria simple de 64 envases, y se ha medido que su peso medio es de 498 gr.

- Calcula un intervalo de confianza al 99% para el peso medio de los paquetes envasados en el día.
- ¿Cuánto valdría el intervalo de confianza anterior si el nivel de confianza se fijase al 95%?

- c) Supongamos que el valor real de la desviación típica para la producción del día fuese de 12 gr. ¿Cuál sería el intervalo de confianza al 99 % correspondiente a este valor?
- d) Si aumentásemos el tamaño de la muestra con un nivel de confianza del 99 % y el valor promedio del peso en la muestra se mantuviese en 498 gr. (con desviación típica igual a 12 gr.) ¿Para que tamaño de muestra quedaría fuera del intervalo el peso oficial de 500 gr.?
5. En el proceso de selección de candidatos para un puesto en cierta empresa se pide a dichos candidatos que realicen un test de aptitud. Los resultados de dicho test se supone que siguen una distribución normal con desviación típica conocida, igual a 1.15 puntos. Se ha seleccionado una muestra aleatoria simple de 16 resultados de dicho test y se ha obtenido un valor medio muestral de 4.26 puntos. Se pide que:
- a) Calcules un intervalo de confianza al 90 % para la calificación media de todos los candidatos.
- b) Te han dado un intervalo de confianza calculado por otra persona con los datos anteriores, desde 3.86 a 4.66 puntos. ¿Qué nivel de confianza corresponde a dicho intervalo?
6. Las ventas semanales de automóviles (medidas en euros) en los concesionarios de una cadena de venta de coches se supone que siguen una distribución normal con desviación típica conocida igual a 21.000 euros. Se ha recogido una muestra de 9 valores de ventas semanales, medidas en miles de euros:

123 145 88 150 115 128 97 104 125

Se pide que calcules:

- a) Un intervalo de confianza para la media de las ventas mensuales en todos los concesionarios al 95 %.
- b) El valor de dicho intervalo si se cambia el nivel de confianza al 99 %.
- c) ¿Cuál sería el intervalo de confianza al 95 % si empleamos solo los 6 primeros valores de la muestra?

Intervalos de confianza para la media - Muestras grandes

7. A una muestra aleatoria simple de 225 expertos en marketing se les solicitó su opinión sobre el nivel de uso de determinadas técnicas cuantitativas en sus empresas (en una escala de 0 a 5). Los resultados obtenidos dieron una calificación media en la muestra de 3.35 y una desviación típica de 0.72.
- a) Calcula un intervalo de confianza para el valor medio del nivel de uso de dichas técnicas en la población al 99 %
- b) ¿A qué nivel de confianza correspondería un intervalo de 3.25 a 3.45?
- c) Si se mantuviesen los valores de la media y la desviación típica muestral, encuentra los tamaños de muestra para los que el intervalo de confianza al 99 % tendría un tamaño inferior a 0.20.
8. En una muestra aleatoria simple de 900 consumidores se determinó un consumo medio mensual de 325 euros en transporte, con una desviación típica muestral de 112 euros.
- a) Calcula un intervalo de confianza al 90 % para la media del consumo mensual en transporte en la población.
- b) Calcula el intervalo de confianza al 90 % para la media de la población si la desviación típica muestral fuera de 140 euros y el tamaño de muestra fuera de 400 consumidores, manteniéndose el consumo medio mensual.
9. Se ha obtenido una muestra aleatoria simple de 100 datos de consumo diario de energía eléctrica, obteniéndose los valores siguientes:

$$\sum_{i=1}^{100} x_i = 1,723 \quad \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 45,21$$

- a) Calcula la media y la desviación típica muestral. Estima también por un procedimiento insesgado la varianza de la población.
- b) Calcula el intervalo de confianza al 95 % para la media de la población.

Intervalos de confianza para proporciones - Muestras grandes

10. Se ha preguntado a una muestra aleatoria de 90 pequeñas empresas si consideran que las mejoras en la calidad de productos y procesos son las iniciativas más importantes para la mejora de su competitividad. De ellas, 35 contestaron afirmativamente.
- Calcula un intervalo de confianza del 99% para la proporción en la población que considera estas iniciativas las más importantes.
 - ¿Cuál sería el valor del intervalo para un nivel de confianza del 95%?
11. Un ayuntamiento está pensando mejorar las infraestructuras deportivas de la ciudad, y para financiar esta mejora contempla un pequeño aumento temporal del impuesto de bienes inmuebles. Ha realizado una encuesta entre 150 vecinos, de los cuales un 44% se han mostrado a favor de esta medida.
- Calcula un intervalo de confianza del 95% para la proporción de los vecinos del ayuntamiento a favor de la medida.
 - Si se mantuviese la proporción favorable de vecinos y el nivel de confianza, ¿qué tamaño de muestra mínimo sería necesario para dejar fuera del intervalo al valor del 50%?
12. Se ha realizado una encuesta entre 500 votantes para preguntar por su intención de voto en relación con un cierto partido político. 183 de los encuestados han mostrado su intención de votar a este partido en las próximas elecciones.
- Calcula un intervalo de confianza al 99% para la intención de voto por dicho partido en la población.
 - ¿Qué tamaño de muestra mínimo sería necesario para que el tamaño del intervalo fuese de un 1%, suponiendo que la proporción de votantes favorables y el nivel de confianza se mantuviesen constantes?
 - Si para los datos iniciales te diesen un intervalo de confianza del 30.3% al 42.9%, ¿a qué nivel de confianza correspondería?

Intervalos de confianza para la media - Datos normales y varianza desconocida

13. En una clínica se ofrecen tratamientos para la reducción de peso en pacientes. Se supone que la disminución de peso que se observa tras un tratamiento de dos meses sigue una distribución normal. De una muestra aleatoria simple de 16 pacientes se han obtenido los valores de reducción que se indican a continuación:

12,5	14,3	9,8	15,3	10,5	11,8	9,5	8,4
11,3	8,9	10,6	12,0	14,1	8,8	12,1	9,4

- Calcula un intervalo de confianza al 95% para la reducción de peso media en todos los pacientes que siguen el tratamiento.
 - ¿Cuál sería el valor del intervalo para un nivel de confianza del 99%?
14. En un tramo de una carretera se han medido las velocidades a las que circulaban 12 conductores, y se han obtenido los valores siguientes

89	82	95	102	84	80
86	79	96	81	98	86

Suponiendo que las velocidades en dicho tramo sigan una distribución normal,

- Calcula un intervalo de confianza al 99% para la velocidad media de circulación de todos los conductores en dicho tramo.
- ¿Cuál sería el valor del intervalo si se calcula a partir de los primeros 8 valores de la muestra?
- En el caso de la muestra completa, ¿para qué valores del nivel de confianza el intervalo resultante no incluiría el límite de velocidad, que es de 90 Km/h en ese tramo?

15. En la universidad se hace un seguimiento de los salarios de los antiguos alumnos. Para una muestra de 20 antiguos alumnos de una titulación se ha observado que la media (muestral) de los salarios mensuales un año después de su graduación es de 1700 euros y la desviación típica es de 350 euros. Suponemos que la distribución en la población es normal.
- Calcula un intervalo de confianza al 95 % para los sueldos medios de los antiguos alumnos de la titulación.
 - ¿Cuál sería el valor del intervalo con un nivel de confianza del 99 %?
 - ¿Para qué tamaño de muestra se tendría un intervalo de tamaño menor de 100 euros, si se mantuviesen los valores indicados de media y desviación típica muestral y un nivel de confianza del 95 %?

Intervalos de confianza para la varianza - Datos normales

16. Una compañía telefónica ha realizado un estudio del tiempo de uso diario del móvil por sus clientes. Para una muestra de 25 clientes se ha obtenido un valor de la desviación típica muestral de 12.5 minutos. Suponemos que el tiempo de uso sigue una distribución normal.
- Calcula un intervalo de confianza al 95 % para la varianza del tiempo de uso en la población.
 - ¿Cuál sería el valor del intervalo para un nivel de confianza del 99 %?
17. Se ha consultado a 12 analistas financieros sobre los beneficios por acción que pueda ofrecer una empresa en el próximo ejercicio, y se ha obtenido la muestra siguiente:

2.3	1.6	0.6	1.9	1.2	3.5
1.6	2.0	0.8	0.0	1.1	1.6

Suponemos que los valores indicados forman una muestra aleatoria simple y que estas predicciones siguen una distribución normal.

- Calcula un intervalo de confianza al 95 % para la desviación típica de la población.
 - ¿Cuál sería el valor del intervalo si se calculase empleando únicamente los primeros 6 valores de la muestra?
18. En una empresa se pasa un control de calidad a los productos enviados por un proveedor. Para una de las características que se quiere controlar se selecciona una muestra de 20 productos y se obtiene una desviación típica muestral de 2,3. Suponemos que los valores de la característica siguen una distribución normal.
- Calcula un intervalo de confianza al 90 % para la varianza de la población.
 - Supongamos que para un tamaño de muestra de 40 productos se tiene la misma desviación típica muestral. ¿Cuál sería ahora el nuevo intervalo de confianza, para el mismo nivel de confianza?