Estadística I
Ejercicios Tema 5
Curso 2009/10

1. La duración de un determinado tipo de pilas es una variable aleatoria con distribución normal de media de 50 horas y desviación típica de 5 horas. Empaquetamos las pilas en cajas de 16:

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que la duración media de las pilas de una caja sea inferior a 48 horas?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que la duración de una de las pilas sea de entre 45 y 50 horas?

2. Las bolsas de azúcar envasadas por una cierta máquina tienen un peso medio de 500 gramos con una desviación típica de 35 gramos. Las bolsas se empaquetan en cajas de 100 unidades.

   a) Calcular la probabilidad de que el peso medio de las bolsas de una caja sea menor que 495 g.

   b) Calcular la probabilidad de que una caja pese más de 51 kg.

3. Para una muestra aleatoria simple $X_1, \ldots, X_4$ de una población de media μ y varianza $k\mu^2$, donde k es una constante desconocida, se consideran los siguientes estimadores de μ:

$$T_1 = \frac{X_1 + 4X_2}{5} \qquad T_2 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{3}$$

   a) Calcular el sesgo de T_1 y T_2.

   b) Calcular el E.C.M. de T_1 y T_2.

   c) ¿Para qué valores de k es el estimador T_2 mejor que T_1 de acuerdo al criterio del E.C.M.?

4. Sea X la variable aleatoria cuya función de densidad es

$$f(x) = 0.5(1 + \theta x) - 1 \leq x \leq 1,$$

   donde θ es un parámetro desconocido. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria simple de tamaño n de X:

   a) Demuestra que el estimador $\hat{\theta} = 3\overline{X}$ es un estimador insesgado de θ.

   b) Si $n = 100$, calcula la probabilidad de que $\hat{\theta}$ sea mayor que θ.

5. Las notas de un test de aptitud siguen una distribucion normal con desviacion tipica 28.2. Una muestra aleatoria de 9 alumnos arroja los resultados siguientes:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1098 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 138148$$

   a) Hallar un intervalo de confianza al 90 % para la media poblacional.

   b) Razonar sin hacer calculos si la longitud de un intervalo al 95 % será menor, mayor o igual que la del obtenido en el apartado anterior.

   c) ¿Cuál será el tamaño de muestra mínimo necesario para obtener un intervalo al 90 % de nivel de confianza, con longitud 10? (longitud del intervalo = extremo superior-extremo inferior)

6. El gerente de operaciones de un periódico quiere determinar la proporción de periódicos impresos con defectos como demasiada tinta, configuración incorrecta de páginas, páginas duplicadas, etc. El gerente decide tomar una muestra aleatoria de 100 periódicos y encuentra que 35 contienen algún tipo de defecto.

   a) Si el gerente desea un 90 % de nivel de confianza al estimar la proporción verdadera de periódicos impresos con defectos, construye el intervalo de confianza.

b) Utilizando la información muestral, determinar el tamaño de la muestra para que el error de estimación no sea superior al 5 %, con un nivel de confianza del 90 %.

c) Si no se dispone de la información muestral, ni de información histórica fiable (caso más desfavorable), plantear el cálculo de n para el supuesto del apartado anterior.

7. En la encuesta sobre intención de voto del CIS (febrero de 2008, link) de cara a las elecciones legislativas de 2008, aparece la siguiente información en la ficha técnica:

   Error muestral:
   Para un nivel de confianza del 95.5 % (dos sigmas), y P = Q, el error es de ±0.74 % para el conjunto de la muestra y en el supuesto de muestreo aleatorio simple.

   ¿Qué significa? ¿Cómo debemos interpretar los resultados de la encuesta?