

ESTADÍSTICA I  
EJERCICIOS TEMA 4  
CURSO 2009/10

---

*Observación:* En todos los ejercicios de esta hoja usamos la notación  $\bar{A}$  para referirnos al conjunto complementario del conjunto  $A$ .

1. En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.

a) Describe los sucesos, escribiendo todos sus elementos.

$A$  'Obtener par'

$B$  'Obtener impar'

$C$  'Obtener primo'

$D$  'Obtener impar menor que 9'

- b) ¿Qué relación hay entre  $A$  y  $B$ ? ¿Y entre  $C$  y  $D$ ?
- c) ¿Cuál es el suceso  $A \cup B$ ? ¿y  $C \cap D$ ?
2. Sabiendo que  $P[A \cap B] = 0.2$ , que  $P[\bar{B}] = 0.7$  y que  $P[A \cap \bar{B}] = 0.5$ , calcula  $P[A \cup B]$  y  $P[A]$ .
3. Sabiendo que:  $P[A] = 0.5$ ;  $P[\bar{B}] = 0.6$ ;  $P[\bar{A} \cap \bar{B}] = 0.25$ ,
- a) ¿son  $A$  y  $B$  sucesos independientes?
- b) Calcula  $P[A \cup B]$  y  $P[A|B]$ .

4. En unas oposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85. Si un opositor sabe 35 de los 85 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas?

5. En una cadena de televisión se hizo una encuesta a 2.500 personas para saber la audiencia de un debate y de una película que se emitieron en horas distintas: 2.100 vieron la película, 1.500 vieron el debate y 350 no vieron ninguno de los dos programas. Si elegimos al azar a uno de los encuestados:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película y el debate?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película, sabiendo que vio el debate?
- c) Sabiendo que vio la película, ¿cuál es la probabilidad de que viera el debate?

6. Tenemos dos urnas: la primera tiene 3 bolas rojas, 3 blancas y 4 negras; la segunda tiene 4 bolas rojas, 3 blancas y 1 negra. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
- b) Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna?

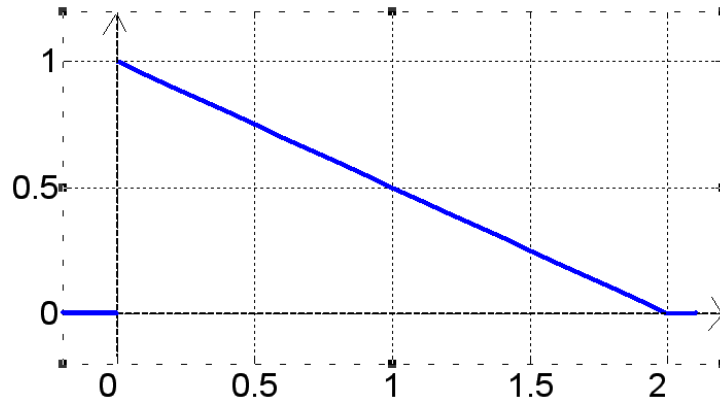
7. Tenemos dos bolsas, A y B. En la bolsa A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?

8. Lanzamos tres dados y anotamos el número de cincos que obtenemos.

- a) ¿Cuál es la distribución de probabilidad?
- b) Calcula la media y la desviación típica.

9. La siguiente gráfica corresponde a la función de densidad de una variable continua  $X$ .



- Calcula la probabilidad de que  $X$  sea menor que uno. Razónalo gráficamente.
  - Calcula la probabilidad de que  $X$  sea mayor que 0.5 y menor que  $3/2$ . Razónalo analíticamente.
  - Calcula la media de la distribución.
  - Calcula la varianza de la distribución.
10. Un asesor financiero ha estimado que las ventas y los costes de algunos productos están relacionados con un índice  $I$  a través de las siguientes relaciones:

$$\text{Costes: } C = \frac{I+5}{7}, \quad \text{Ventas: } V = \frac{25-I}{4}.$$

Si el índice  $I$  es una variable aleatoria  $X$  con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{108}, & \text{si } 3 \leq x \leq 15 \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

- Calcular la función de distribución del índice  $I$ .
  - Calcular las medias y desviaciones típicas de los costes, las ventas y los beneficios.
  - Calcular la probabilidad de que el beneficio sea negativo.
11. Para cada una de las siguientes situaciones, indica si sigue una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica en ella los valores de  $n$  y  $p$ :
- Lanzamos cien veces un dado y nos preguntamos por el número de unos que obtenemos.
  - Extraemos una carta de una baraja y vemos si es un as o no. Sin devolverla al mazo, extraemos otra y también miramos si se trata de un as o no, ... y así sucesivamente hasta diez veces.
12. El 65% de los alumnos de un cierto instituto cursan estudios universitarios al terminar el Bachillerato. En un grupo de ocho alumnos elegidos al azar, halla la probabilidad de que estudien una carrera:
- Alguno de ellos.
  - Más de seis.
  - Calcula la media y la desviación típica.
13. En un sorteo que se realiza diariamente de lunes a viernes, la probabilidad de ganar es 0.1. Vamos a jugar los cinco días de la semana y estamos interesados en saber cuál es la probabilidad de ganar 0, 1, 2, 3, 4 ó 5 días.
- Haz una tabla con las probabilidades.
  - Calcula la media y la desviación típica.
14. Explica para cada una de estas situaciones si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de  $n$  y  $p$ :
- El 2% de las naranjas que se empaquetan en un cierto lugar están estropeadas. Se empaquetan en bolsas de 10 naranjas cada una. Nos preguntamos por el número de naranjas estropeadas de una bolsa elegida al azar.

- b) En una urna hay 2 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Repetimos la experiencia 10 veces y estamos interesados en saber el número de bolas blancas que hemos extraído.
15. En cada una de estas situaciones, explica si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, di cuáles son los valores de  $n$  y  $p$ :
- a) El 3% de las chinchetas que se hacen en una determinada fábrica salen defectuosas. Se empaquetan en cajas de 20 chinchetas. Estamos interesados en el número de chinchetas defectuosas de una caja elegida al azar.
- b) En una urna hay 2 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Repetimos la experiencia 10 veces y estamos interesados en saber el número de bolas de cada color que hemos obtenido.
16. Una compañía telefónica recibe llamadas a razón de 5 por minuto. Si la distribución del número de llamadas es de Poisson, calcular la probabilidad de recibir menos de cuatro llamadas en un determinado minuto.
17. El dueño de un criadero de árboles está especializado en la producción de abetos de Navidad. Estos crecen en filas de 300. Se sabe que por término medio 6 árboles no son aptos para su venta. Asume que la cantidad de árboles aptos para la venta por fila plantada sigue una distribución de Poisson.
- a) Calcula la probabilidad de encontrar 2 árboles no vendibles en una fila de árboles.
- b) Calcula la probabilidad de encontrar 2 árboles no vendibles en media fila de árboles.
18. Halla, en una distribución  $\mathcal{N}(0, 1)$ , las siguientes probabilidades:
- a)  $P[z > -0.2]$
- b)  $P[z > 1.27]$
- c)  $P[-0.52 < z < 1.03]$
19. El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal  $\mathcal{N}(192, 12)$ . Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:
- a) Superior a 200 unidades.
- b) Entre 180 y 220 unidades.
20. El 7% de los pantalones de una determinada marca salen con algún defecto. Se empaquetan en cajas de 80 para distribuirlos por diferentes tiendas. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya más de 10 pantalones defectuosos?
21. Un examen de 100 preguntas admite como respuesta en cada una de ellas dos posibilidades, verdadero o falso. Si un alumno contesta al azar, calcula la probabilidad de que acierte más de 60 respuestas.
22. Una variable aleatoria  $X$  tiene la siguiente función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} (1 + x^2)/12, & \text{si } x \in (0, 3), \\ 0, & \text{si } x \notin (0, 3). \end{cases}$$

Calcula:

- a) la función de distribución de  $X$ ,
- b) las probabilidades  $P(1 < X < 2)$  y  $P(X < 1)$ ,
- c) la esperanza y varianza de  $X$ ,
- d) la probabilidad  $P(|X - E[X]| \geq 1)$  y compárala con la cota que se obtendría mediante la desigualdad de Chebychev.

23. Considerad la v.a.  $X$  que tiene ley uniforme discreta dada por la siguiente función de probabilidad:

$$P(X = x) = \begin{cases} 1/4, & x = 1, 2, 3, 4, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Sean  $X_1, \dots, X_n$  son v.a. i.i.d. con la misma distribución que  $X$ , y considerad la v.a.

$$Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

Calculad la probabilidad  $P(2.4 < Y < 2.8)$  para  $n = 36$ .